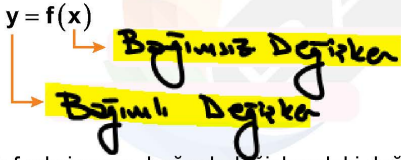


Anlık Değişim Oranı

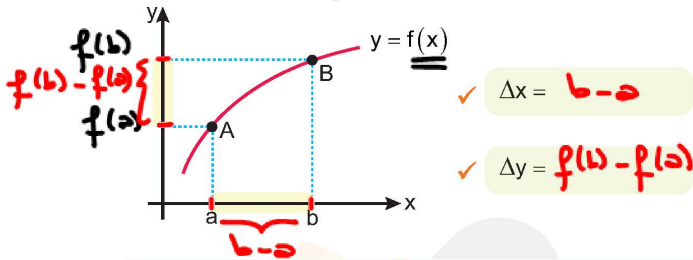
Türev kavramına geçmeden önce bir fonksiyonun seçilen aralıklarda, **ortalama değişim oranı** ve **ani değişim oranı** kavramlarını açıklamaya çalışalım.

Ortalama Değişim Oranı:



Bir fonksiyonun, bağımlı değişkendirdeki değişiminin bağımsız değişkendirdeki değişim oranına,

ortalama değişim oranı denir.



Fonksiyonun $[a, b]$ aralığında ortalama değişim oranı: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$

SORU 1

$f(x) = x^2 + 3$

$f(4) = 19$
 $f(2) = 7$

fonksiyonunun $[2, 4]$ 'daki ortalama değişim oranı kaçtır?

ÇÖZÜM

$\frac{f(4) - f(2)}{4 - 2} = \frac{19 - 7}{4 - 2} = \frac{12}{2} = 6$

Vort = Toplam Yol / Toplam Zaman

✓ Hız, zamana bağlı olarak bir cismin konumundaki değişikliktir. **Ortalama hız**, alınan toplam yolun zamana oranıdır.

t saatte t^2 kilometre yol alan bir aracın yol denklemini

$x(t) = t^2$ olduğuna göre,

→ $[0; 4]$ aralığındaki ortalama hız: $\frac{x(4) - x(0)}{4 - 0} = \frac{16 - 0}{4 - 0} = 4$

→ $[2; 4]$ aralığındaki ortalama hız: $\frac{x(4) - x(2)}{4 - 2} = \frac{16 - 4}{4 - 2} = 6$

→ $[3; 4]$ aralığındaki ortalama hız: $\frac{x(4) - x(3)}{4 - 3} = \frac{16 - 9}{4 - 3} = 7$

$[3,8; 4]$ aralığındaki ortalama hız: $\frac{x(4) - x(3,8)}{4 - 3,8} = \frac{16 - 14,32}{0,2} = 7,9$

$[4; 4,1]$ aralığındaki ortalama hız: $\frac{x(4,1) - x(4)}{4,1 - 4} = \frac{16,81 - 16}{0,1} = 8,1$

$[4; 4,01]$ 8,01
 $[4; 4,1]$ 8,1

Bu hareketlinin, 4. saniyedeki anlık hızı (h sıfıra çok çok yakın pozitif bir sayı olmak üzere - limit durumu)

$[4; 4+h]$ aralığında: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{x(4+h) - x(4)}{4+h - 4}$

Sonuç olarak bu aracın t anındaki anlık hızı;

$V_{anlık} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x(t+h) - x(t)}{t+h - t}$ olarak yazılabilir.

Anlık (Ani) Değişim Oranı:

Bir fonksiyonun, ortalama değişim oranının limit durumuna **anlık değişim oranı** denir.

f fonksiyonunun x=a noktasında anlık değişim oranı: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{a+h - a}$

SORU 2

$f(x) = x^2 - 1$

fonksiyonunun x=3 noktasındaki ani değişim oranı kaçtır?

ÇÖZÜM

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3+h)^2 - 1 - (3^2 - 1)}{h}$
 $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{9 + 6h + h^2 - 1 - 9 + 1}{h}$
 $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{6h + h^2}{h}$
 $= \lim_{h \rightarrow 0} (6 + h) = 6$

SORU 3

Yerden fırlatılan bir roketin, t saniyede çıktığı yükseklik metre türünden $g(t) = t^2 + 50t$ ile modellenmiştir.

Buna göre, roketin 6. saniyedeki hızı kaç m/sn dir? $h(12+h+50)$

ÇÖZÜM

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(6+h) - g(6)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(6+h)^2 + 50(6+h) - [6^2 + 50 \cdot 6]}{h}$
 $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{36 + 12h + h^2 + 300 + 50h - 36 - 300}{h}$
 $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{62h + h^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (62 + h) = 62$

SORU 4

Doğrusal olarak hareket eden A ve B gibi iki hareketlinin, t saniyede metre türünden yol(konum) denklemleri, $[0, 2] = \frac{B(2) - B(0)}{2 - 0}$

$A(t) = t^2 + 12t$ ve $B(t) = t^3 + t^2 + 2$ ile modellenmiştir. $= \frac{14 - 2}{2 - 0} = 6$

a) Anlık hızları ilk kez eşit olduğu ana kadar geçen sürede bu iki hareketlinin ortalama hızları kaç m/sn dir?

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{A(2+h) - A(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^2 + 12(2+h) - [2^2 + 12 \cdot 2]}{h}$
 $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4 + 4h + h^2 + 24 + 12h - 4 - 24}{h}$
 $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{16h + h^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (16 + h) = 16$

b) Bu iki hareketlinin anlık hızlarının eşit olduğu ana kadar geçen sürede aldıkları yolların oranı kaçtır?

$\frac{28}{12} = \frac{7}{3}$