EXERCICE 01

Un solide (S) de masse $m = 10kg$ est suspendu par une corde inextensible et de masse négligeable est enroulée sur la surface d'un cylindre horizontal homogène de masse $M = 20kg$ et de rayon $r = 10cm$.

1. Le solide est initialement au repos.
   a)) Calculer son accélération au bout de 3m de chute.
   b)) Calculer sa vitesse et la durée de ce mouvement.
   c)) Déterminer les lois horaires correspondant aux mouvements du système (S+cylindre).
   d)) En déduire le nombre de tours effectués par le cylindre après 3m de chute et la durée correspondante.
2. La corde quitte ensuite le cylindre en mouvement.
   a)) Calculer le moment du couple de force qu'il faudra lui appliquer pour l'arrêter après 100tours.
   b)) Quel est l'accélération angulaire de ce mouvement de freinage ? Calculer la durée de ce freinage.

EXERCICE 02

Un disque métallique horizontal, pleine et homogène, de rayon $R = 10cm$ et masse $m = 100g$ tourne autour d'un axe vertical (Δ) passant par son centre d'inertie O. Le disque tourne à la fréquence constante $N = 2400tr.min^{-1}$ à l'instant t=0s, on supprime la force d'entrainement exercée par le moteur ; le disque s'arrête en une durée $t_f = 4min$. Soit M le moment supposé constante du couple de frottements qui produit l'arrêt. On appellera θ l'angle de rotation du disque, $\dot{\theta}$ sa vitesse angulaire, $\ddot{\theta}$ son accélération angulaire.

1. En utilisant la RFD en rotation, montrer que le mouvement du disque est uniformément décéléré (U.D). Calculer $\ddot{\theta}$ et M.
2. Pour 0<t<t_f : calculer l'expression de θ en fonction de t et des données précédentes. En déduire n, le nombre de tours effectués par le disque pendant la durée de freinage.
3. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, redémontrer que le mouvement est U.D. et calculer d'une autre façon n.

EXERCICE 03

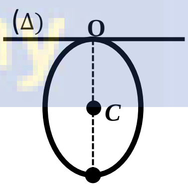
Un cylindre homogène de rayon $R = 10cm$, de masse $M = 2kg$, peut tourner autour de son axe de révolution horizontal (Δ), il s'enroule un fil inextensible de masse négligeable. Ce dernier est fixé par l'un de ces extrémités au cylindre et l'autre extrémité D vertical est appliquée une force de module $F = 9N$.

Le cylindre est traversé suivant un diamètre par une tige T de masse $M' = 2{,}6kg$ et de longueur $L = 2l = 100cm$ portant à ses extrémités deux masses ponctuelles égales $m_A = m_B = 0{,}5kg$, situant à une distance l=50cm de l'axe (Δ).

1. On néglige tous les frottements et on abandonne le système sans vitesse initiale.
   a)) Montrer que le système va prendre un mouvement de rotation uniformément accéléré et calculer $\ddot{\theta}$.
   b)) Déterminer les lois horaires θ(t) et $\dot{\theta}$(t) en fonction du temps t.
2. On néglige encore les frottements.
   La force $\vec{F}$, tension d'un fil est réalisée en suspendant en D un objet de masse m'.
   a)) Déterminer la masse m'.
   b)) Calculer le temps nécessaire pour que le point D parcourt 2m.
   c)) Calculer la vitesse angulaire et le nombre de tours effectués par le cylindre à cet instant.
3. Une étude expérimentale montre que dans la réalité, il faut utiliser une masse $m'' = 1{,}2kg$ pour que le point D parcourt 2m pendant le temps trouvé précédemment. Cet écart entre la théorie et la réalité est dû à un couple de frottement.
   a)) Quel est le moment M_C supposé constant de ce couple de frottements.
   b)) En déduire le module de la tension T du fil et déterminer l'expression de θ(t) en prenant comme origine l'instant où le point D parcourt 2m.

EXERCICE 04

On considère un disque plein, homogène, de masse $M = 500g$, de rayon $R = 20\ cm$ et de centre C.



1. Le disque peut osciller, dans un plan vertical, autour d'un axe horizontal fixe (Δ), perpendiculaire à son plan et passant par un point O de sa circonférence. Au point B diamétralement opposé à O, on fixe un corps ponctuel (S), de masse $= \frac{M}{2}$.
   Montrer que :
   a)) La distance du centre d'inertie G du système S={disque + corps (S)} à l'axe (Δ) est $OG = a = \frac{4}{3}R$.
   b)) Le moment d'inertie du système {disque + corps (S)} par rapport à l'axe (Δ) est J_Δ=$7mR^2$.
2. Le système S constitue un pendule composé.
   On considère les oscillations de faible amplitude autour de l'axe (Δ) de ce pendule.
   On écarte le système d'un angle $\theta_0 = \pi/6$ rad avec la verticale.
   a)) Déterminer l'équation différentielle du mouvement de S et en déduire sa nature. Trouver la loi horaire correspondante.

b)) Calculer la longueur l du pendule simple synchrone de ce pendule composé.

On néglige les oscillations.

On écarte à nouveau le système d'un angle $\theta_0 = \frac{\pi}{6}$ rad avec la verticale et on le lance avec une vitesse 20rad/s

c)) Calculer la vitesse linéaire de l'extrémité G lorsque le système passe à la position d'équilibre.

3. On enlève le corps (S). On fait tourner le disque, seul, à l'aide d'un moteur.

Lorsque le disque atteint la vitesse de 300 tours par minute, on arrête le moteur et on applique sur le disque un couple de freinage de moment M_f constant. Il s'arrête après avoir effectué 250 tours, comptés à partir de l'arrêt du moteur.

a)) Calculer M_f .

b)) Calculer la durée de cette phase d'arrêt du disque.

EXERCICE 05

On néglige les frottements et la résistance de l'air.

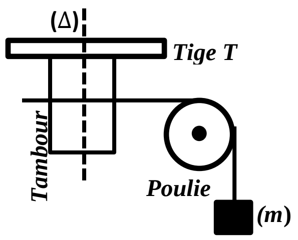
Une tige T de longueur $L = 50\ cm$, de masse $M_1 = 96\ g$, est solidaire d'un tambour cylindrique, d'axe vertical (Δ) fixe, de masse négligeable, et de rayon $R_1 = 5\ cm$. L'axe (Δ) du tambour est perpendiculaire à la tige en son milieu O.

Un fil sans masse et inextensible, ne pouvant glisser sur la poulie ni sur le tambour, est enroulé sur le tambour de façon que les spires ne se chevauchent pas.

Ce fil passe sur la gorge d'une poulie, d'axe de révolution horizontal et perpendiculaire au plan de la figure.

La poulie a une masse $M_2 = 50\ g$ supposée répartie uniformément sur sa circonférence de rayon $R_2 = 10\ cm$.

Pendant le mouvement, on suppose que l'axe de la poulie est fixe, et le brin de fil entre le tambour et la poulie reste horizontal et situé dans le plan de la figure. Un corps de masse $m = 64\ g$ est attaché à l'extrémité du fil.



1. Calculer :

a)) le moment d'inertie J_1 de la tige par rapport à l'axe (Δ).

b)) le moment d'inertie J_2 de la poulie par rapport à son axe de révolution.

2. A l'instant t=0s, on abandonne la masse m sans vitesse initiale.

a)) Vérifier que l'accélération de la masse m est $a = 0{,}7m.s^{-2}$.

b)) En déduire l'accélération angulaire $\ddot{\theta}_1$ de la tige.

3. A l'instant t, la vitesse de la masse m est $v = 2m.s^{-1}$.

Calculer :

a)) La distance parcourue par la masse m à cet instant et la vitesse angulaire $\dot{\theta}_1$ de la tige.

b)) le nombre de tours n effectués par la tige à cet instant. En déduire alors l'instant t.

4. A l'instant t, le fil reliant le tambour et la masse m casse.

On applique une force tangentielle $\vec{F}$ à la poulie d'intensité F pour l'arrêter.

a)) En utilisant la RFD, montrer que le mouvement de la poulie est uniformément retardé, en déduire alors la décélération angulaire de ce mouvement et le nombre de tours effectués par la poulie avant de s'arrêter, sachant que $F = 21N$.

b)) Calculer la durée de ce mouvement de freinage ainsi que l'angle balayer par la poulie.

EXERCICE 06

Une poulie formée de deux cylindres coaxiaux (C_1) et (C_2), de rayons respectifs r_1=10cm et r_2=20cm peu tourner sans frottement autour de son axe (Δ). Le moment d'inertie de la poulie par rapport à son axe (Δ) est $J_0 = 4{,}5.10^{-2}$kg.m^{-2}.

On enroule sur le cylindre (C_1) un fil f_1 de masse négligeable, à l'autre extrémité duquel est accrochée une masse m_1=150g.

On enroule sur le cylindre (C_2) un autre fil)f_2 de masse négligeable, à l'extrémité duquel est accrochée une masse $m_2 = 200g$. On abandonne le système sans vitesse initiale.

1. Dans une 1ère expérience les masses m_1 et m_2 se déplacent verticalement dans le même sens.

a)) Calculer l'accélération angulaire de la poulie.

b)) Calculer les tensions T_1 et T_2 des fils $f_1$et f_2 .

2. Dans une deuxième expérience les masses m_1 et m_2 se déplace verticalement dans le sens contraire.

a)) Dans quel sens la poulie se met-elle à tourner ?

Calculer alors l'accélération angulaire de la poulie.

b)) Calculer la vitesse angulaire de la poulie et la vitesse linéaire quand la masse m_1 s'est déplacée de 2m

EXERCICE 07

Sur la gorge d'une poulie de masse m=100g repartie sur la circonférence de rayon r=6cm, mobile sans frottement autour d'un axe horizontal; passant un fil de masse négligeable.

Ce fil porte une masse m_1=300g et une masse m_2=100g.

La masse m_1 se trouve à 3 m au-dessus du sol; la masse m_2 se trouve du sol sans y reposer.

On abandonne le système à t=0s sans vitesse initiale.

I. 1. a)) Calculer l'accélération prise par la masse m_1.

En déduire sa vitesse lorsqu'elle heurte le sol.

b)) Calculer la tension de chaque fil pendant le mouvement.

2. a)) Quelle force $\vec{F}$ faut-il appliquer tangentiellement à la poulie pour qu'elle s'arrête au bout 6tours, le fil supportant m_2 étant coupé quant m_1 arrive au sol.

b)) Montrer que le mouvement de la poulie après la rupture du fil est uniformément retardé.

En déduire la décélération angulaire ainsi que la durée de ce mouvement de freinage.

II. La masse m_1 se déplace suivant la ligne de la plus grande pente d'un plan parallèle à l'axe de la poulie et incliné sur le plan horizontal d'un angle $\alpha=30°$.

1. Quelles valeurs doit-on donner aux deux masses $m_1$et m_2 (leur somme restant la même, est égale à 400g), pour que l'accélération prenne la même valeur qu'en I-1-a).
2. Quelle est alors l'énergie mécanique de la masse $m_1$sur le plan incliné à l'instant t=3s.
3. A l'instant t=3s, le fil reliant m_1 et m_2 casse.

a)) Donner l'accélération a' prise par m_1 après la rupture du fil.

b)) Donner les lois horaires du mouvement en prenant comme origine des dates, l'instant de rupture.

c)) Calculer la durée mise par masse $m_1$pour repasser à sa position de départ.

EXERCICE 08

On considère un cylindre de centre O, de rayon r=2,5cm, pouvant tourner autour d'un axe (Δ) fixe, horizontal, perpendiculaire en O au plan de la figure. Une tige homogène AB, de longueur $2l = 40\ cm$, de milieu O, est fixée sur un diamètre du cylindre.

Un fil inextensible et de masse négligeable est enroulé sur le cylindre par l'une de ses extrémités. L'autre extrémité du fil supporte un corps ponctuel de masse M = 200g dont le déplacement vertical peut être repéré par l'axe (GX).

La masse M est abandonnée sans vitesse à l'instant t = 0s, et parcourt, d'un mouvement uniformément varié, la distance $d_1 = 20Cm$ pendant la durée $t_1 = 0{,}6s$. (Voir figure1).

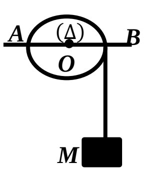
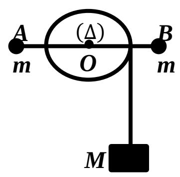


figure 1



figure

1. a)) Calculer l'accélération a_1 de la masse M.

b)) Vérifier que le moment d'inertie du système (cylindre-tige) par rapport à (Δ) est $J_0=10^{-3}$ kg.m^2.

2. On fixe sur la tige AB, symétriquement opposé par rapport à O, deux solides ponctuels ayant chacun une masse $m = 100\ g$ (figure 2).

a)) Exprimer, en fonction de M, J_0, m, g et d (distance entre une masse m et le centre O), la nouvelle accélération $a_2$de la masse M.

b)) Montrer qu'en faisant varier d, la grandeur $y = \frac{1}{a_2}$ est de la forme $y = \alpha X + \beta$ avec $X = d^2$.

En déduire numérique α et β.

3. a)) Calculer l'accélération a_2 pour d = 20 cm ainsi que l'accélération angulaire $\ddot{\theta}_2$ du cylindre.

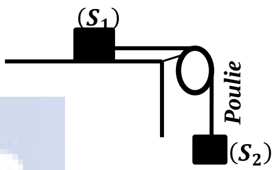
b)) En déduire la durée t_2 de ce mouvement et le nombre de tours effectués par le cylindre à cet instant si la masse M parcourt 50cm.

4. A l'instant $= t_2$, on applique un couple de freinage au cylindre a fin de l'arrêter.

Le cylindre s'arrête alors à une durée t=15 secondes.

Calculer le moment du couple de freinage qui produit l'arrêt du cylindre ainsi que le nombre de tours total effectués par le cylindre entre ces deux phases.

EXERCICE 09



Deux solides S_1 et S_2 de masses respectives m_1 et m_2 sont reliés par un fil inextensible de masse négligeable passant par la gorge d'une poulie de rayon r tournant sans frottement autour d'un axe horizontal (Δ) passant par son milieu. Le moment d'inertie de la poulie par rapport à l'axe (Δ) est noté J_Δ. On abandonne le système sans vitesse initiale.

1. Calculer l'accélération prise par le solide S_2.

Quelle est la nature du mouvement de S_2.

2. En fait, il y a des frottements entre S_1 et la table, la composante $\overrightarrow{R_T}$ est supposée constante et le mouvement est possible.

a)) Calculer la nouvelle accélération prise par le système sachant que le coefficient de frottement entre S_1 et la table est f=75%.

b)) Si on casse le fil, quelle serait la nature de mouvement deS_1 ?

Si on néglige tous les frottements, qu'en est- elle réellement ?

Dans la suite de l'exercice, on négligera tous les frottements.

3. a)) Déterminer les tensions des fils lors du mouvement.

b)) Calculer la vitesse du solide S_2 après 10s.

En déduire la vitesse angulaire de la poulie et le nombre de tours effectués par la poulie à cet instant ainsi que la distance parcourue par S_2.

4. a)) Calculer le moment de la force de freinage à appliquer tangentiellement à la poulie pour qu'elle s'arrête au bout de 2s de freinage, le fil supportant les masses étant coupé.

b)) En déduire l'angle balayer par la poulie pendant la phase de décélération ainsi que le nombre de tours effectués.

Données : $m_1=m_2=100g$; $J_\Delta=8.10^{-5}kg.m^2$; r = 1cm ; $g=9{,}8m.s^{-2}$.