Timber and Steel Design

Lecture 8 – Introduction to B E A M

- Floor Framing System
- Bending Stresses
- Compact Sections
- Lateral Support of Beams

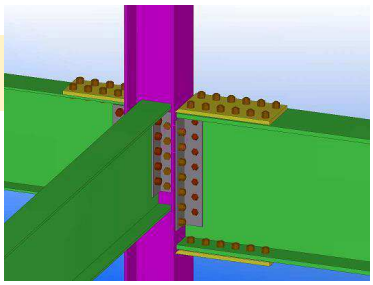
Mongkol JIRAVACHARADET

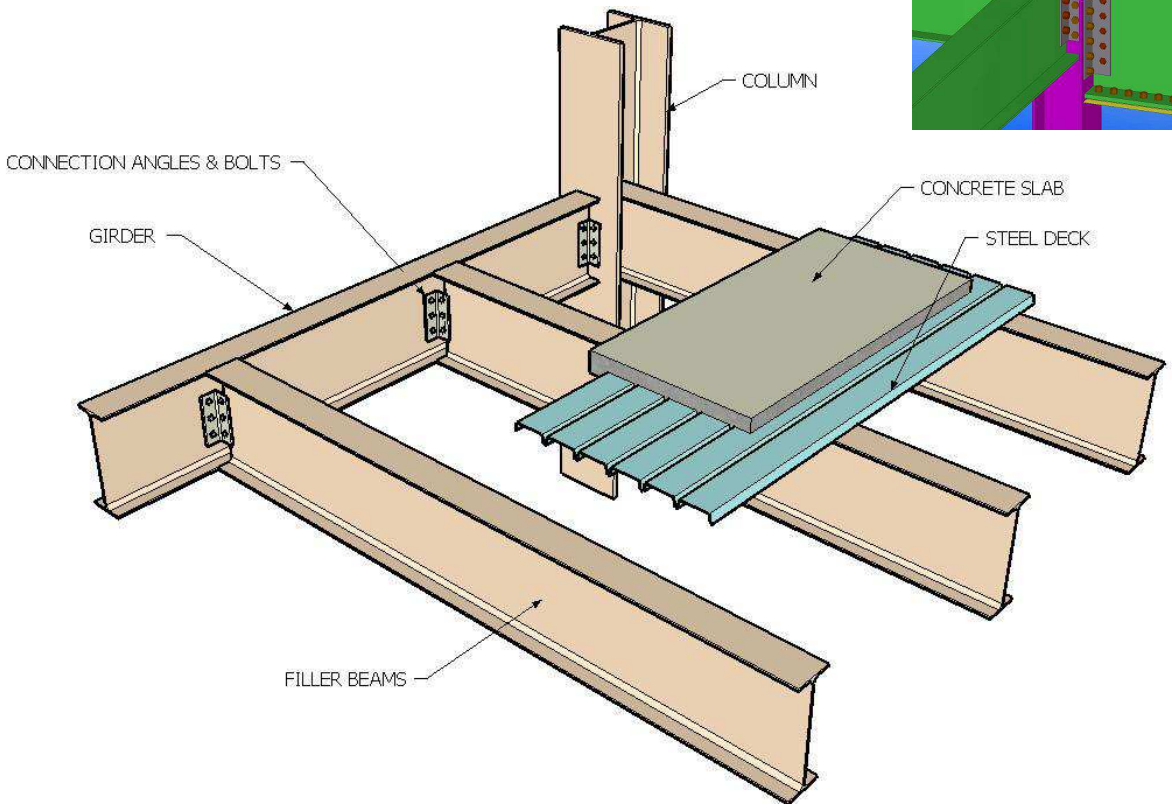
SURANAREE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

INSTITUTE OF ENGINEERING

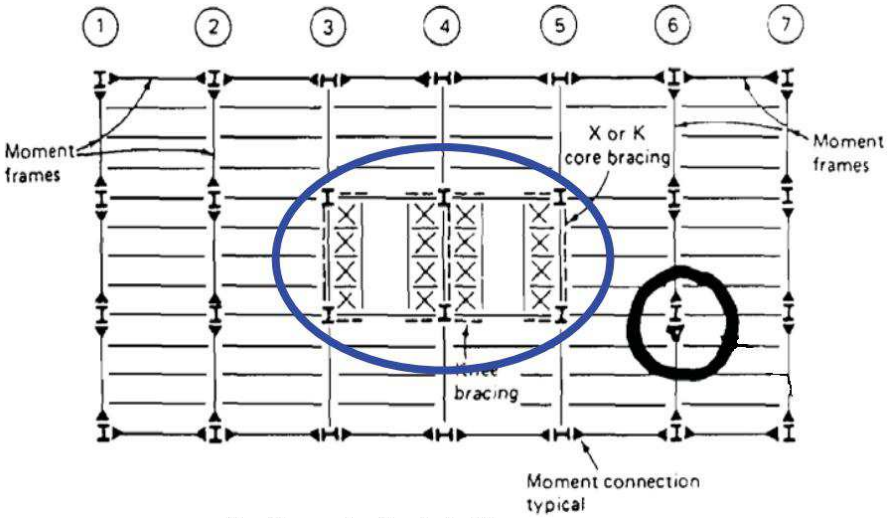
SCHOOL OF CIVIL ENGINEERING

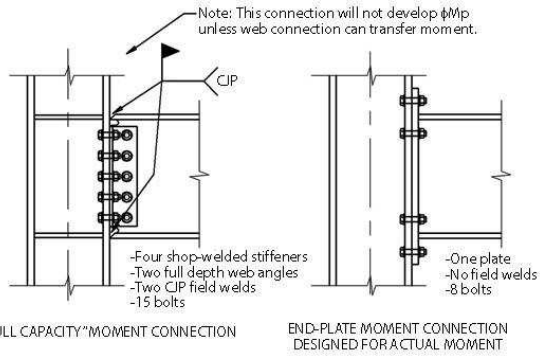
Steel Floor Framing



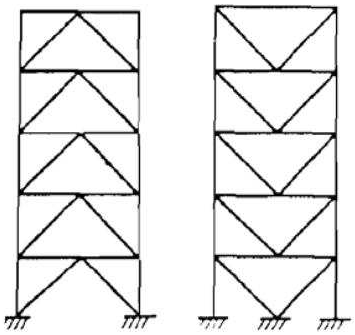


Steel Framing Layout



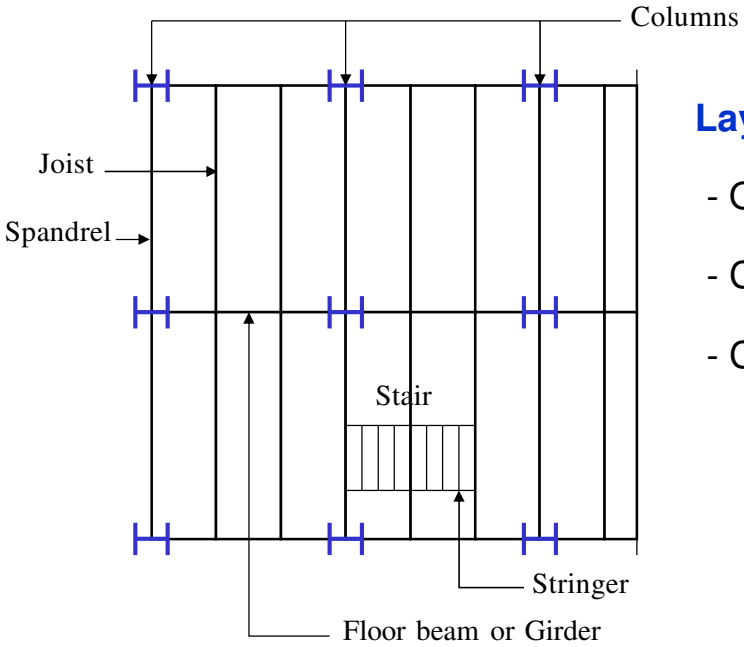


Core Bracing (X or K - type)



Floor Framing System

To transfer vertical loads on the floor to the beams and columns in a most efficient and economical way



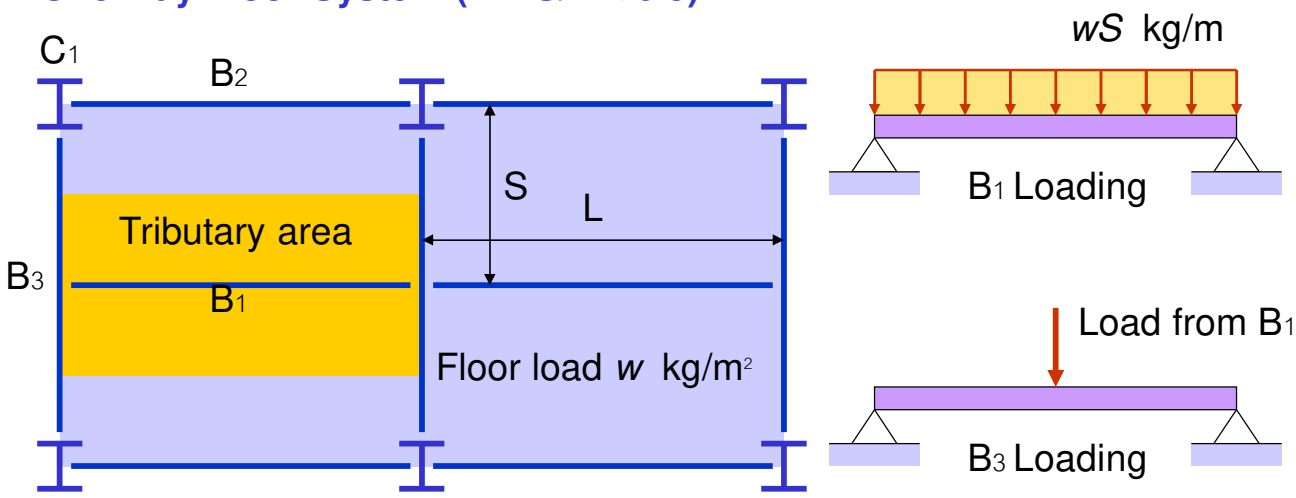
Layout of Beams and Columns

- Occupancy requirements
- Commonly used beam size
- Ceiling and services requirements

Loading on Beams

Tributary area = Area for which the beam is supporting

One-way Floor System (m =S/L < 0.5)

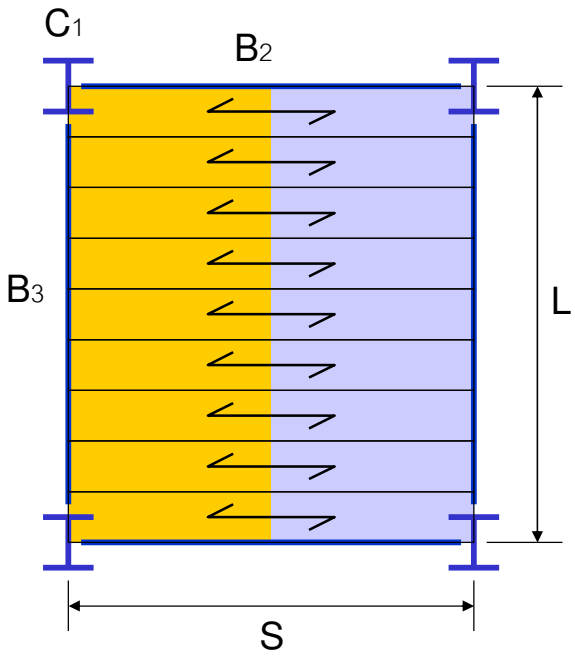


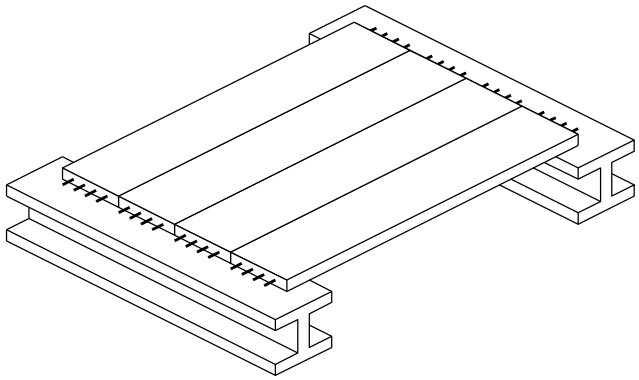
B_1 = Secondary Beam

B_3 = Primary Beam

If span of B_3 is too large, more secondary beam may be used.

Precast Concrete Slab



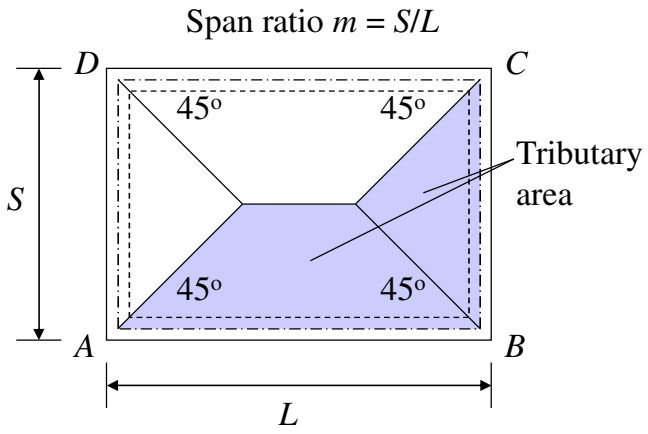


Floor load = **w** kg/sq.m

Tributary area = **0.5 S L** sq.m

Load on beam = **0.5 w S** kg/m

2-way Concrete Slab



Short span (BC):

Floor load = w kg/sq.m

Tributary area = $S^2/4$ sq.m

Load on beam = $wS/4 \rightarrow wS/3$ kg/m

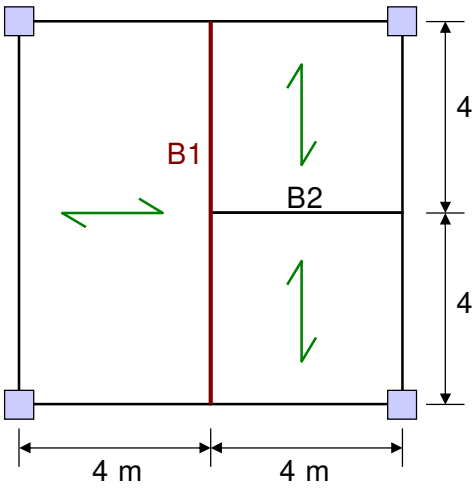
Long span (AB):

Floor load = w kg/sq.m

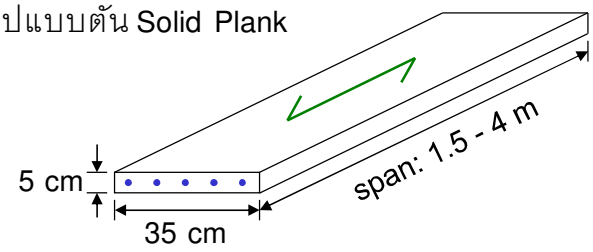
Tributary area = $SL/2 - S^2/4 = \frac{S^2}{4}\left(\frac{2-m}{m}\right)$ sq.m

Load on beam $\rightarrow$ $\frac{wS}{3}\left(\frac{3-m^2}{2}\right)$ kg/m

EX 8-1: Compute Loads on Beam B1 from Precasted Slab



พื้นสำเร็จรูปแบบตัน Solid Plank



น้ำหนักพื้น+คอนกรีตทับหน้า = 0.1×2,400 = 240 ก.ก./ตรม.

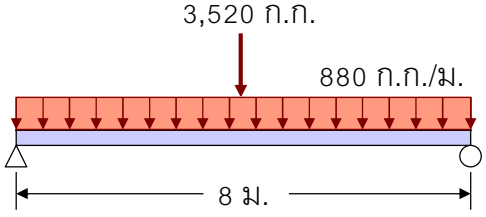
น้ำหนักจร(Live load) = 200 ก.ก./ตรม.

น้ำหนักบรรทุกทั้งหมด = 440 ก.ก./ตรม.

น้ำหนักลงคาน B2 = 4×440 = 1,760 ก.ก./ม.

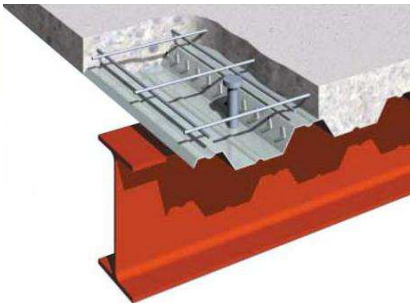
แรงปฏิกิริยาปลายคาน B2 = 1,760×4/2 = 3,520 ก.ก.

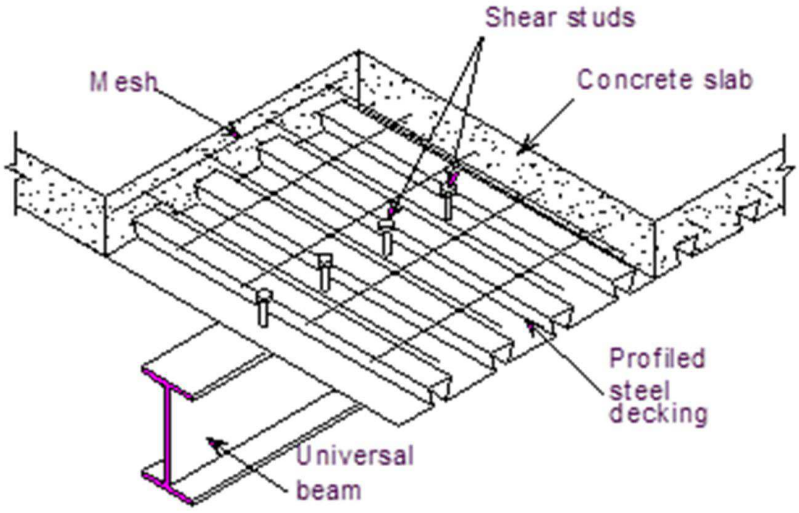
น้ำหนักลงคาน B1 = 2×440 = 880 ก.ก./ม.



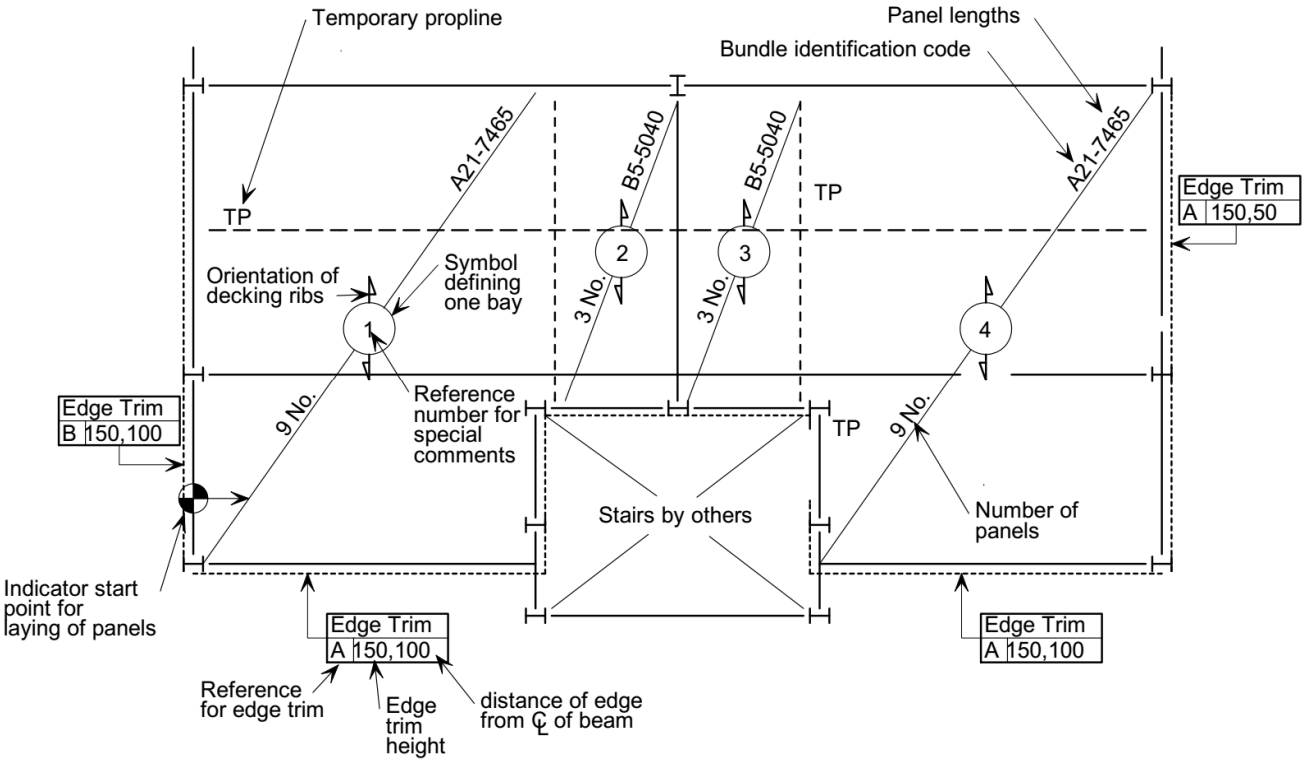
Composite Steel Deck Floor

พื้นแผ่นเหล็กประกอบ

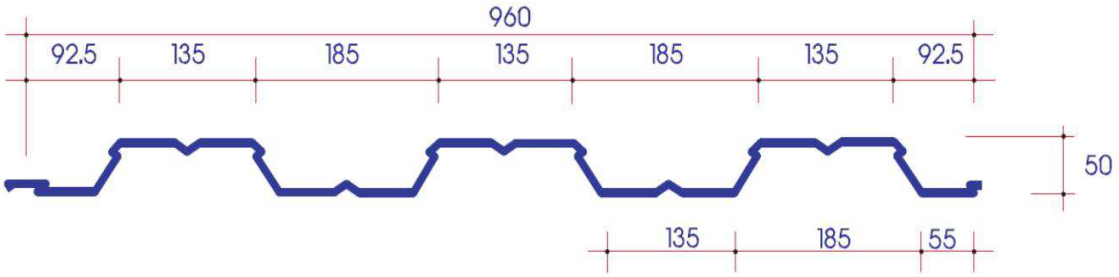




Typical Decking Layout

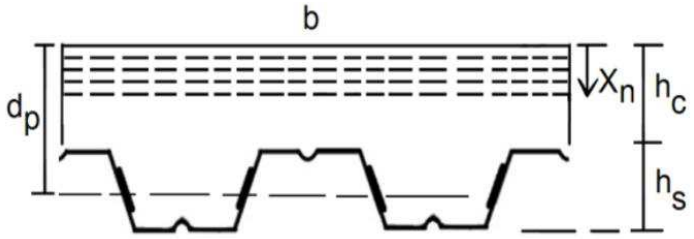


Steel Deck Section : SD-50W



SD-50W คุณสมบัติหน้าตัดต่อความกว้างหนึ่งเมตร

Type of Steel Deck	Width (mm)	Thickness (mm)	Section Area (sq.cm./m.)	Weight (Galvanized Coating)		Moment of innertia (cm4/m)	Section Modulus	
	mm.	mm.	cm2/m.	kg/m.	kg/m2	cm4/m.	sZp cm3/m	sZn cm3/m
SD-50W	960	0.80	10.42	8.06	8.40	48.71	18.57	19.35
SD-50W	960	1.00	13.03	9.98	10.40	60.88	23.10	24.09
SD-50W	960	1.20	15.63	11.98	12.48	73.05	27.63	28.85



Example :

h_c = 50 mm

h_s = 50 mm

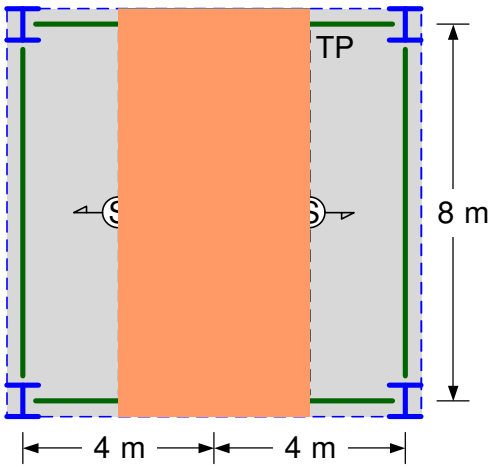
$h = h_c + h_c$ = 100 mm

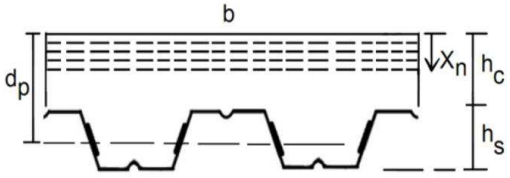
SD-50W Thk. 1.00 mm.

Total Slab Thickness mm.	Beam suport	Allowable Live Load (kg/ m^2) Span (m)															
		1.00	1.25	1.50	1.75	2.00	2.25	2.50	2.75	3.00	3.25	3.50	3.75	4.00	4.25	4.50	4.75
100	Single	5,200	3,328	2,311	1,698	1,300	1,027	832	688	578	492	425	370	325	288	257	230
	Double	5,200	3,328	2,311	1,698	1,300	1,027	832	688	578	492	425	370	325	288	257	230
125	Single	5,884	3,766	2,615	1,921	1,471	1,162	941	778	654	557	480	418	368	326	291	261
	Double	5,884	3,766	2,615	1,921	1,471	1,162	941	778	654	557	480	418	368	326	291	261
150	Single	6,567	4,203	2,919	2,144	1,642	1,297	1,051	868	730	622	536	467	410	364	324	291
	Double	6,567	4,203	2,919	2,144	1,642	1,297	1,051	868	730	622	536	467	410	364	324	291
175	Single	7,251	4,641	3,223	2,368	1,813	1,432	1,160	959	806	686	592	516	453	401	358	321
	Double	7,251	4,641	3,223	2,368	1,813	1,432	1,160	959	806	686	592	516	453	401	358	321
200	Single	7,934	5,078	3,526	2,591	1,984	1,567	1,270	1,049	882	751	648	564	496	439	392	352
	Double	7,934	5,078	3,526	2,591	1,984	1,567	1,270	1,049	882	751	648	564	496	439	392	352
225	Single	8,618	5,516	3,830	2,814	2,155	1,702	1,379	1,140	958	816	704	613	539	477	426	382
	Double	8,618	5,516	3,830	2,814	2,155	1,702	1,379	1,140	958	816	704	613	539	477	426	382
250	Single	9,302	5,953	4,134	3,037	2,325	1,837	1,488	1,230	1,034	881	759	661	581	515	459	412
	Double	9,302	5,953	4,134	3,037	2,325	1,837	1,488	1,230	1,034	881	759	661	581	515	459	412
275	Single	9,985	6,391	4,438	3,260	2,496	1,972	1,598	1,320	1,109	945	815	710	624	553	493	442
	Double	9,985	6,391	4,438	3,260	2,496	1,972	1,598	1,320	1,109	945	815	710	624	553	493	442

In shaded areas to the right of the heavy line, mid - span deck shoring required during construction.

EX 8-2: Compute Loads on Beam from Composite Steel Deck



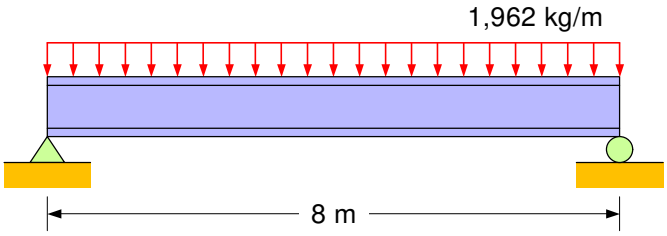


For LL = 300 kg/m^2

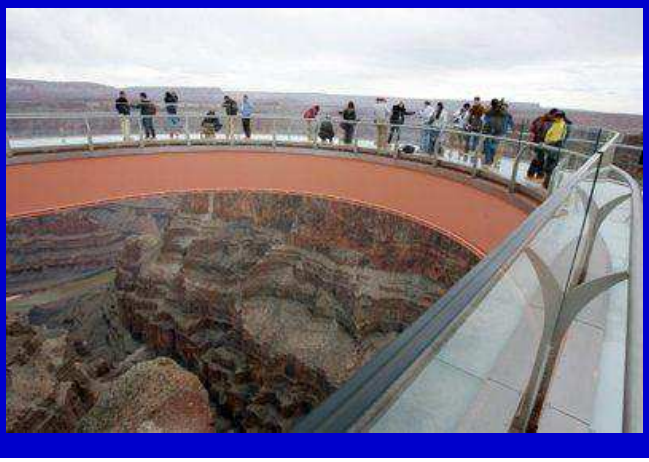
Select h = 10 cm

d_p = 7.5 cm

น้ำหนักแผ่นเหล็ก (SD-50W หนา 1 mm)	=	10.4 กก./ตรม.
น้ำหนักพื้นคอนกรีต = 0.075×2,400	=	180 กก./ตรม.
น้ำหนักจร (Live load)	=	300 กก./ตรม.
น้ำหนักบรรทุกทั้งหมด	=	490.4 กก./ตรม.
น้ำหนักลงคาน = 4×490.4	=	1,962 กก./ม.

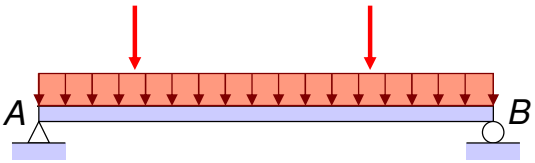


Grand Canyon Skywalk Glass Bridge



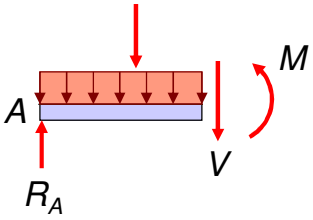
สะพานกระจก เมืองไทย **Skywalk** วัดผาตากเสื้อ จ.หนองคาย

Bending Stress



Flexure formula:

$$f_b = \frac{My}{I_x}$$

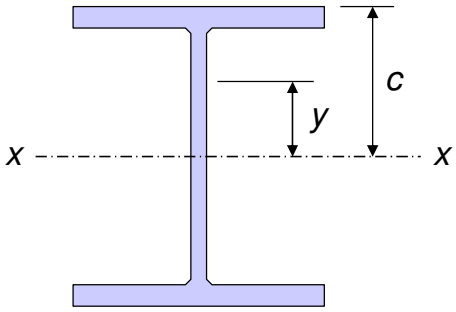


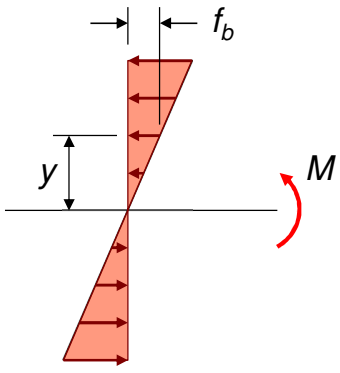
Max. stress:

$$f_{max} = \frac{Mc}{I_x} = \frac{M}{I_x / c} = \frac{M}{S_x}$$

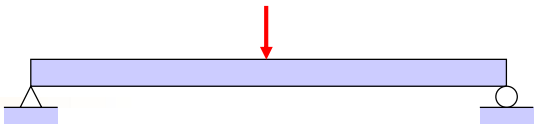
f_b = Bending Stress

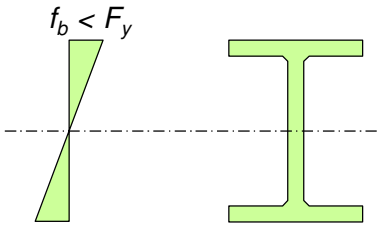
$S = I/c$ = Section Modulus





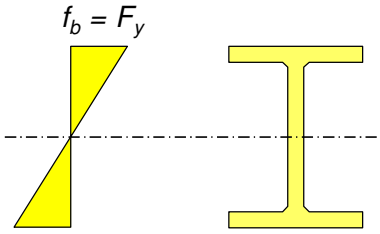
Moment Capacity





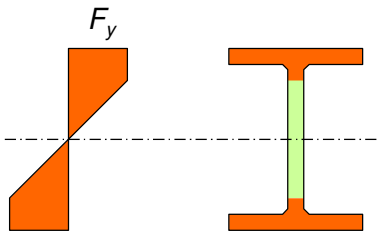
Linear elastic range:

$$f_b = \frac{M}{S_x} \rightarrow M = f_b S_x$$



Yield Moment: $M_y = F_y S_x$

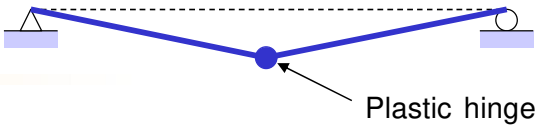
- Extreme fiber reaches the point of yielding.

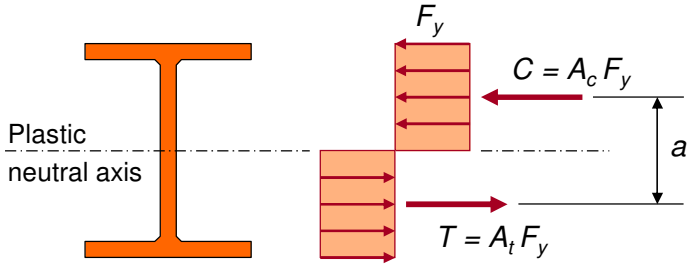


Nonlinear inelastic range:

- Stress distribution will no longer be linear.
- Yielding will progress from extreme fiber toward the neutral axis.

Plastic Moment, M_p





$[\Sigma F_x = 0]\ C = T$

$A_c F_y = A_t F_y \rightarrow A_c = A_t = A/2$

A = total cross-sectional area

Plastic moment: $M_p = F_y A_c a = F_y (A/2)\, a = F_y Z$

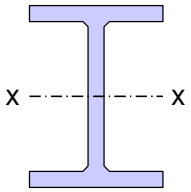
$Z = (A/2)\, a$ = plastic section modolus

$M_y = SF_y$ $\qquad$ $M_p = ZF_y$

M_y = Yield Moment $\Rightarrow$ M_p = Plastic Moment

Reserved Strength !!!

Example: For the given section of **W300x94.0**, determine **(a)** the elastic section modulus ***S*** and the yield moment M_y and **(b)** the plastic section modulus Z and the, plastic moment M_p. Bending is about the x-axis, and the steel is A36.

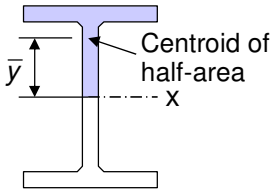


จากตารางที่ ก.1, หน้าตัด W300x94: (A = 119.8 cm^2, S_x = 1,360 cm^3)

Yield moment : $M_y = F_y S_x = 2.5(1{,}360)/100 = 34.0$ t-m

จากตารางที่ ก.3, หน้าตัด WT150x47: (A = 59.89 cm^2, C_x = 2.47 cm)

$a = d - 2C_x = 30 - 2(2.47) = 25.06$ cm



$Z = (A/2)a = 59.89(25.06) = 1{,}501$ cm^3

Plastic moment : $M_p = F_y Z = 2.5(1{,}501)/100 = 37.5$ t-m

Shape factor : S.F. = Z / S = M_p / M_y = 1,501/1,360 = **1.10** → wide-flange section

For a rectangular section, **S.F. = 1.5**

M_p must be ≤ **1.5 *M_y*** for homogenous cross-sections

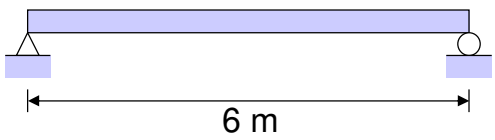
Design with the Flexure Formula

$$S_{reqd} = \frac{I}{c} = \frac{M}{F_b}$$

ตัวอย่างที่ 8-1 เลือกหน้าตัดคานสำหรับช่วงความยาวและน้ำหนักบรรทุกดังในรูป สมมุติให้มีการรองรับด้านข้างสำหรับปีกรับแรงอัด หน่วยแรงดัดที่ยอมให้คือ 1,650 กก./ตรซม.

วิธีทำ สมมุติคานมีน้ำหนัก 120 ก.ก./ม.

6 t/m(not including beam wt.)



$M = (6.12)(6)^2/8 = 27.54$ t-m

$S_{reqd} = 27.54(100)/1.65 = 1{,}669$ cm^3

เลือกใช้หน้าตัด W350×106 (S_x = 1,670 cm^3)

ตัวอย่างที่ 7-2 พื้นคอนกรีต 12 ซม.รองรับโดยคานเหล็กระยะห่าง 2.5 ม. เป็นคานช่วงเดี่ยวยาว 6.0 ม. พื้นรับน้ำหนักบรรทุกจร 500 กก./ตรม. จงพิจารณาหน้าตัดคานเบาที่สุดเพื่อรองรับพื้น ปีกรับแรงอัดของคานฝังอยู่ในพื้นคอนกรีตเป็นการรองรับด้านข้าง คอนกรีตหนัก 2,400 กก./ลบม. และหน่วยแรงดัดที่ยอมให้ 1,650 กก./ตรม.

วิธีทำ

น้ำหนักบรรทุกคงที่: พื้น = (2.5)(0.12)(2,400) = 720 กก./ม.

ประมาณน้ำหนักคาน = 80 กก./ม.

น้ำหนักบรรทุกจร = (2.5)(500) = 1,250 กก./ม.

รวมน้ำหนักแผ่คงที่ทั้งหมด = 2,050 กก./ม.

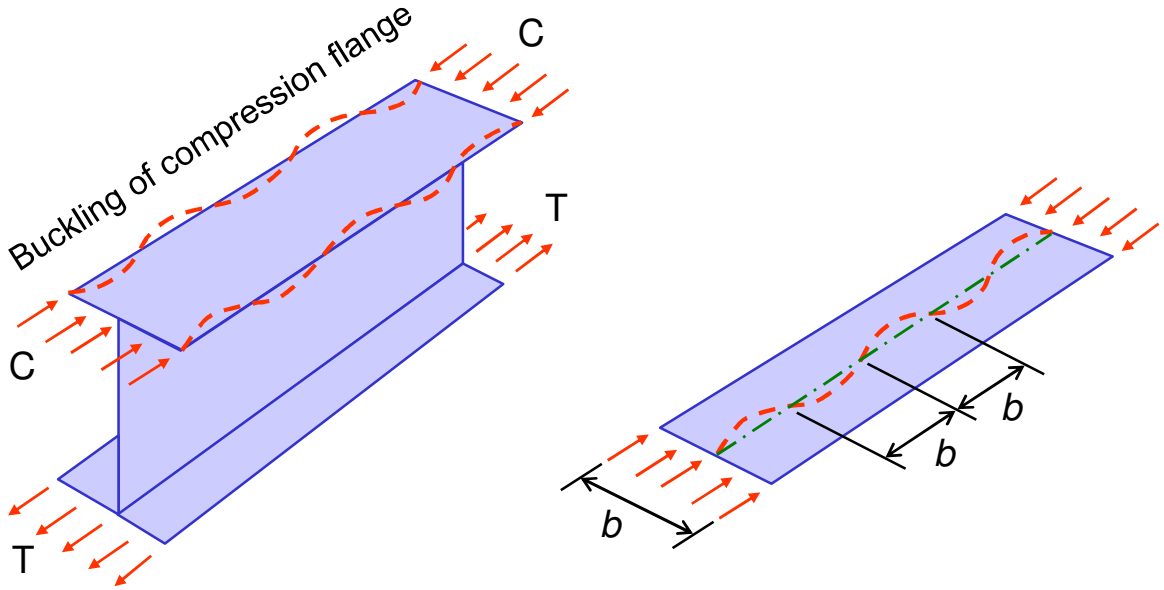
$\mathbf{M} = 2.05(6.0)^2/8 = 9.23$ t-m

$\mathbf{S}_{reqd} = 9.23(100)/1.65 = 559$ cm^3

เลือกใช้หน้าตัด W350x41.4 ($S_x = 641$ cm^3)

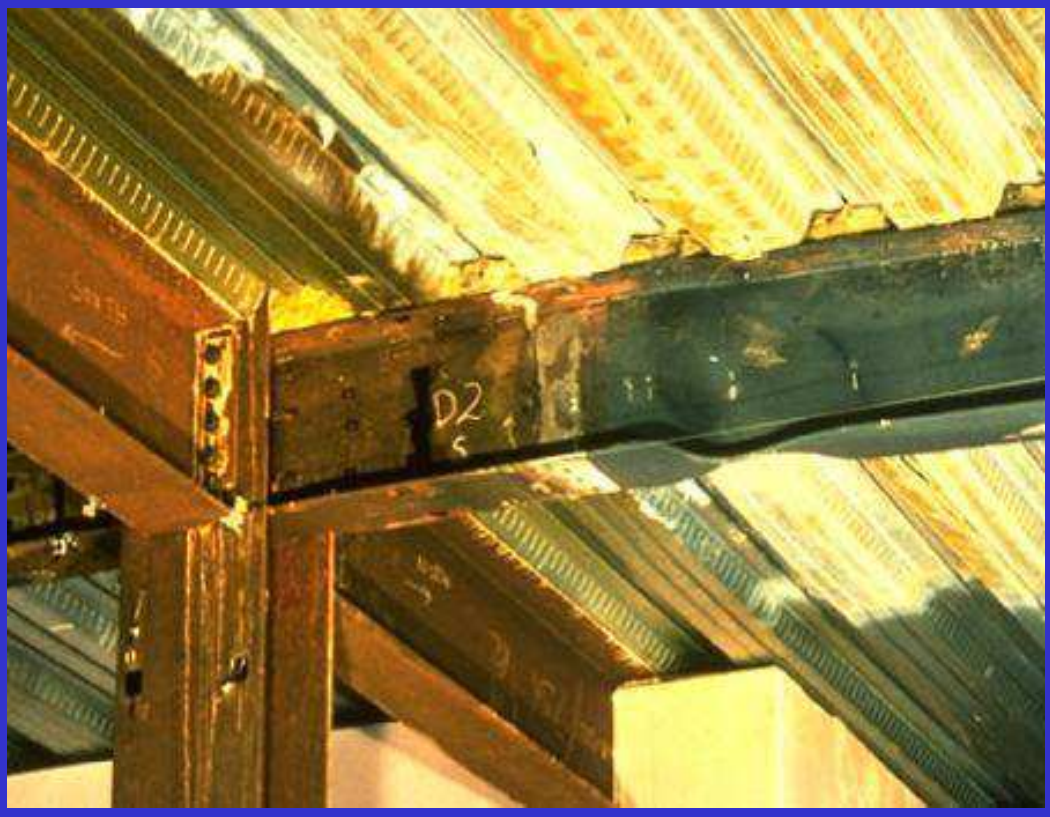
Local Buckling of Compression Flange

If the plate is "slender" it may buckle locally before F_y is reached.



The factor ***b/t*** is a measure of slenderness.

Flange buckling in restrained beam



Compact Section

Laterally supported **compact** section: $F_b = 0.66F_y$

Laterally supported **noncompact** section: $F_b < 0.66F_y$

ตารางที่ 7.1 ขีดจำกัดของอัตราส่วนความกว้างต่อความหนาสำหรับองค์อาคารรับแรงอัด

ชนิดของชิ้นส่วน	อัตราส่วน **b / t**	ขีดจำกัดอัตราส่วน **b / t**	
		compact	**noncompact**
ปีกของหน้าตัดปีกกว้าง และหน้าตัดรางน้ำรับแรงดัด	$1/2\ b_f/t_f$	$544/\sqrt{F_y}$	$795/\sqrt{F_y}$
เอวคานรับแรงอัดจากการดัด	d/t_w	N.A.	$5,355/\sqrt{F_y}$

ตัวอย่างที่ 7-3 จงตรวจสอบว่าหน้าตัด W300×94 เป็นหน้าตัดคอมแพ็คหรือไม่ กำหนด $\mathbf{F_y}$ = 2,500 ก.ก./ซม.^{2}

วิธีทำ หน้าตัด W300×94 ($\mathbf{d}$ = 30 ซม. $\mathbf{t_w}$ = 10 ม.ม. $\mathbf{b_f}$ = 30 ซม. $\mathbf{t_f}$ = 15 ม.ม. $\mathbf{S_x}$ = 1,360 ซม.^{3})

ตรวจสอบปีกคาน:

$$\frac{b_f}{2t_f}=\frac{30}{2(1.5)}=10 \quad < \quad \frac{544}{\sqrt{2{,}500}}=10.9 \qquad \textbf{OK}$$

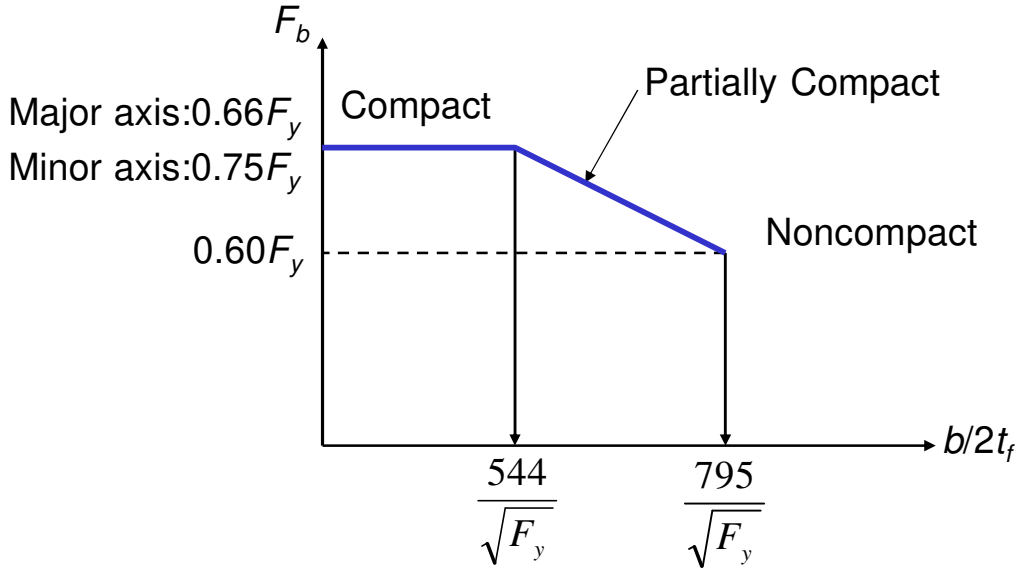
ตรวจสอบเอวคาน:

$$\frac{d}{t_w}=\frac{30}{1.0}=30 \quad < \quad \frac{5{,}355}{\sqrt{2{,}500}}=107.1 \qquad \textbf{OK}$$

ดังนั้น W300 × 94 เป็นหน้าตัดคอมแพ็ค

Noncompact Section: flange and web not compact

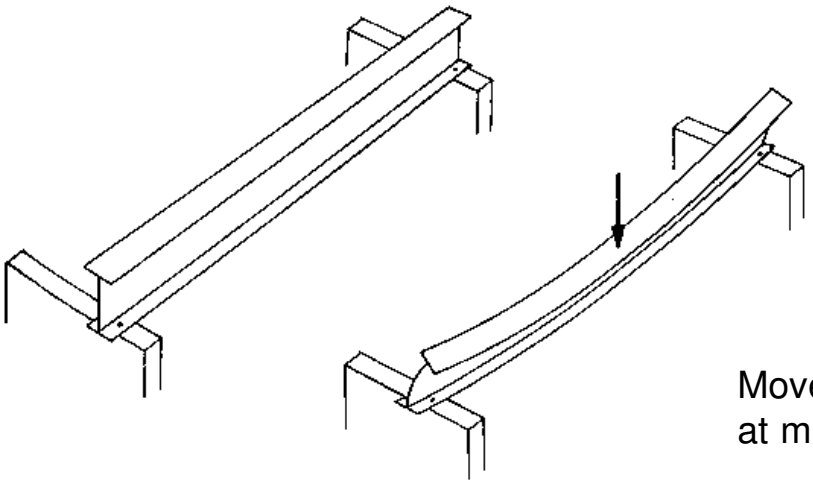
$F_b = 0.60F_y$



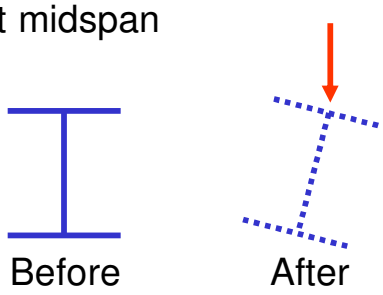
Partially Compact: $$F_b = F_y\left[0.79-0.00024\left(\frac{b_f}{2t_f}\right)\sqrt{F_y}\right]$$

Lateral Buckling of Beams

Slender beam buckle sideways even under perfectly vertical loads.

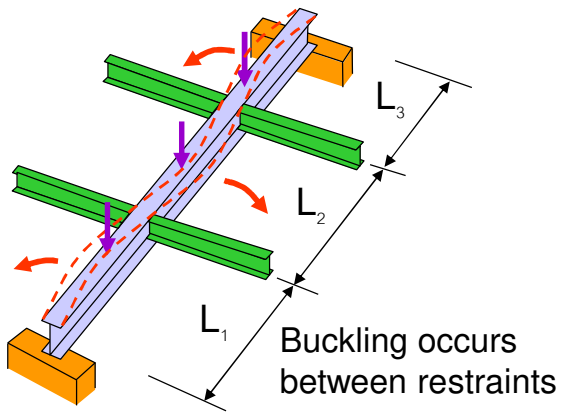


Movement of cross-section at midspan

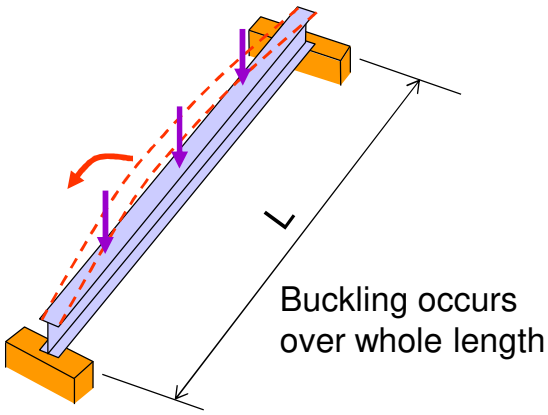


Lateral Restraint of Beam

To force the beam to buckle in a complicated shape (higher mode)



With lateral restraints



Without restraints

$$L_c = \text{smaller of } \frac{636 b_f}{\sqrt{F_y}} \text{ or } \frac{1{,}400{,}000}{(d / A_f) F_y}$$

AISC Allowable Bending Stress

โดยจะพิจารณาแบ่งคานออกเป็นสามกลุ่มคือ

กลุ่มที่ 1: คานที่มีหน้าตัดคอมแพ็ค และ $L_b \le L_c$

กลุ่มที่ 2: คานที่มีหน้าตัดไม่คอมแพ็ค และ $L_b \le L_c$

กลุ่มที่ 3: คานที่มีหน้าตัดคอมแพ็คหรือไม่คอมแพ็ค โดย $L_b > L_c$

กลุ่มที่ 1: คานที่มีหน้าตัดคอมแพ็ค และ $L_b \le L_c$

$L \le L_c$	$F_b = 0.66F_y$

กลุ่มที่ 2: คานที่มีหน้าตัดไม่คอมแพ็ค และ $L_b \le L_c$

$$F_b = F_y\left[0.79 - 0.00024\left(\frac{b_f}{2t_f}\right)\sqrt{F_y}\right]$$

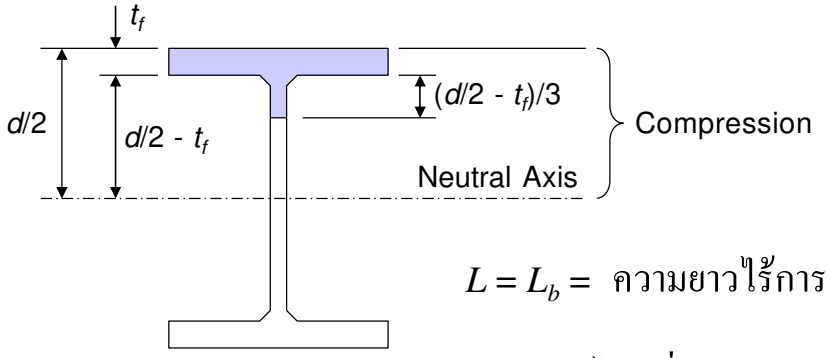
กลุ่มที่ 3: คานที่มีหน้าตัดคอมแพ็คหรือไม่คอมแพ็ค โดย $L_b > L_c$

หน่วยแรงดัดที่ยอมให้มีค่าไม่เกิน $0.60F_y$

หน่วยแรงดัดที่ยอมให้จะเท่ากับค่าที่มากกว่าของสมการโก่งเดาะและสมการการบิด

การโก่งเดาะของปีกรับแรงอัดซึ่งจะแบ่งเป็นแบบอิลาสติกหรือแบบอินอิลาสติก

โดยอัตราส่วนความชะลูดของปีกรับแรงอัดที่ใช้ในสมการคือ L/r_T เมื่อ



$L = L_b =$ ความยาวไร้การรองรับด้านข้าง

$\mathbf{r_T}$ = รัศมีไจเรชั่นของปีกรับแรงอัดและพื้นที่หนึ่งในสามของเอวด้านรับแรงอัด

Buckling Equations

หน่วยแรงที่ยอมให้จะขึ้นกับอัตราส่วนความชะลูด L/r_T โดย

เมื่อ $$\sqrt{\frac{7{,}173\times10^{3}C_b}{F_y}} \le \frac{L}{r_T} \le \sqrt{\frac{3{,}585\times10^{4}C_b}{F_y}}$$

คานโก่งเดาะแบบอินอิลาสติก $$F_b = \left[\frac{2}{3} - \frac{F_y\left(L/r_T\right)^2}{10{,}760\times10^{4}C_b}\right]F_y \le 0.60F_y$$

เมื่อ $$\frac{L}{r_T} \ge \sqrt{\frac{3{,}585\times10^{4}C_b}{F_y}}$$

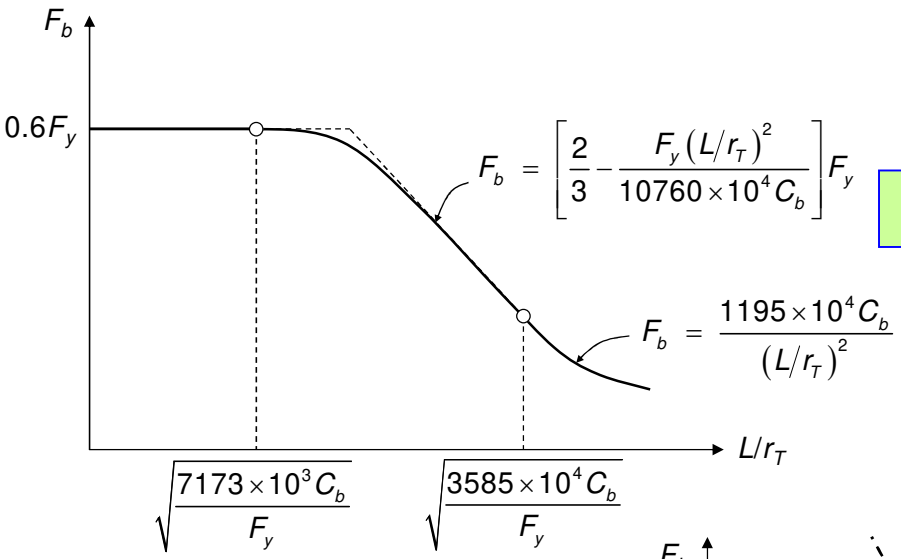
คานโก่งเดาะแบบอิลาสติก $$F_b = \frac{1{,}195\times10^{4}C_b}{\left(L/r_T\right)^2} \le 0.60F_y$$

Torsion Equations

$$F_b = \frac{843{,}600\,C_b}{Ld/A_f} \le 0.60F_y$$

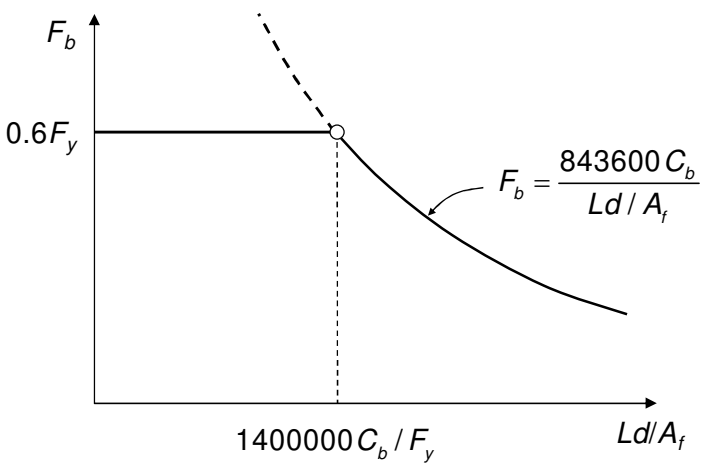
เมื่อ C_b คือตัวคูณปรับค่าจากผลของโมเมนต์ที่มีต่อการโก่งเดาะด้านข้าง

C_b มีค่าอยู่ระหว่าง 1.0 ถึง 2.3 หรือเพื่อความสะดวกอาจใช้ค่าที่เผื่อไว้คือ $C_b = 1.0$



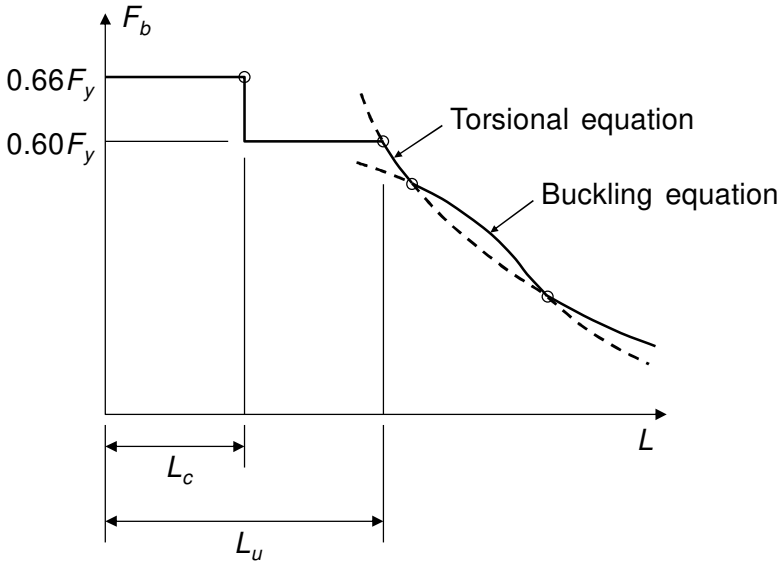
Buckling Equations

Torsion Equations

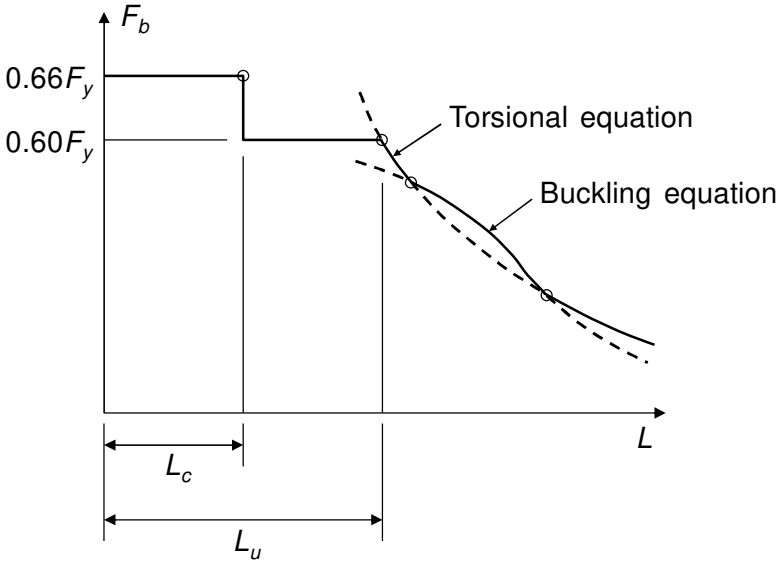


Unbraced Length L_u

L_u = Maximum unbraced length beyond which $F_b < 0.60F_y$



L_u = ค่าที่มากกว่าของ $r_T\sqrt{\dfrac{7{,}173\times10^3 C_b}{F_y}}$ หรือ $\dfrac{1{,}400{,}000\,C_b}{F_y\,(d/A_f)}$

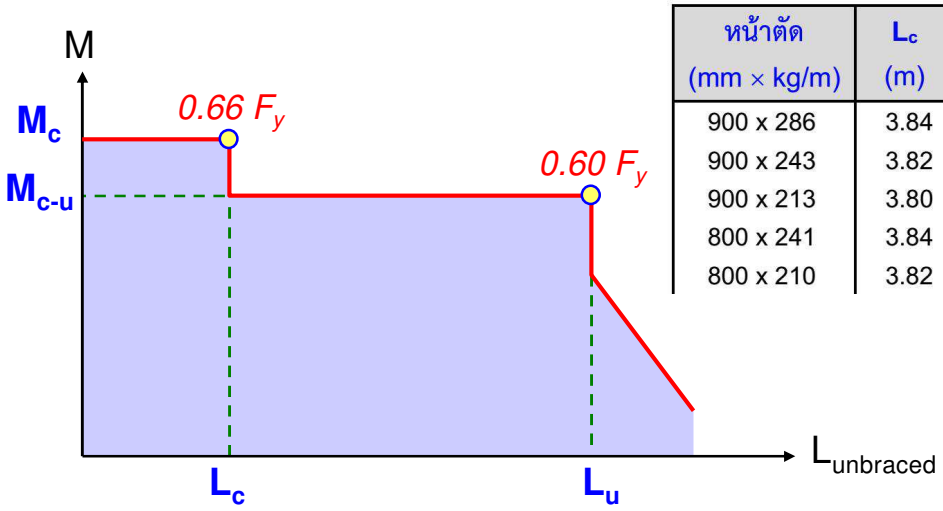


Summary

$L \le L_c$	$F_b = 0.66F_y$
$L_c < L \le L_u$	$F_b = 0.60F_y$
$L > L_u$	$F_b < 0.60F_y$ (use formula)

Allowable Bending Stress

ตารางที่ ค.1 โมเมนต์ที่ยอมให้ในคานหน้าตัด W สำหรับค่า $C_b = 1$



หน้าตัด (mm × kg/m)	L_c (m)	L_u (m)	M_c (t-m)	M_{c-u} (t-m)
900 x 286	3.84	6.30	179.9	163.5
900 x 243	3.82	5.23	150.8	137.1
900 x 213	3.80	4.33	128.0	116.4
800 x 241	3.84	6.28	138.6	126.0
800 x 210	3.82	5.46	120.3	109.4

Practical Use:

$L_c < L_{unbraced} < L_u$ give $F_b = 0.60\,F_y$

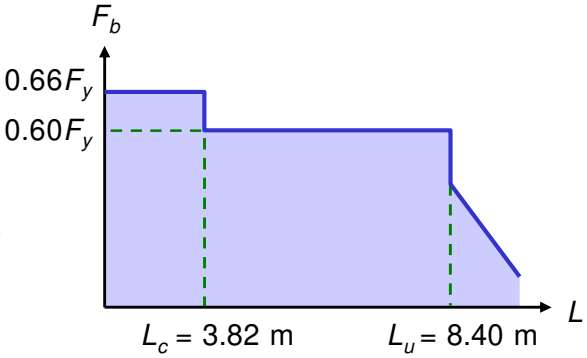
ตัวอย่างที่ 7-6 จงพิจารณาหน่วยแรงดัดที่ยอมให้ของคานหน้าตัด W300×94 เป็นคานช่วงเดี่ยวช่วงคาน 3.5, 6.0 และ 9.0 เมตร ไม่มีการรองรับด้านข้าง กำหนด $\mathbf{F_y}$ = 2,500 ก.ก./ซม.^{2}

วิธีทำ หน้าตัด W300×94 ($\mathbf{d}$ = 30 ซม. $\mathbf{t_w}$ = 10 ม.ม. $\mathbf{b_f}$ = 30 ซม. $\mathbf{t_f}$ = 15 ม.ม. $\mathbf{I_y}$ = 6,750 ซม.^{3})

จากตาราง ค.1 หน้าตัด W300×94: $L_c = 3.82$ m $L_u = 8.40$ m

ความยาว $\mathbf{L}$ = 3.5 m < $\mathbf{L_c}$ = 3.82 m

$\mathbf{F_b} = 0.66\mathbf{F_y} = 0.66(2{,}500) = 1{,}650$ ก.ก./ซม.^{2}

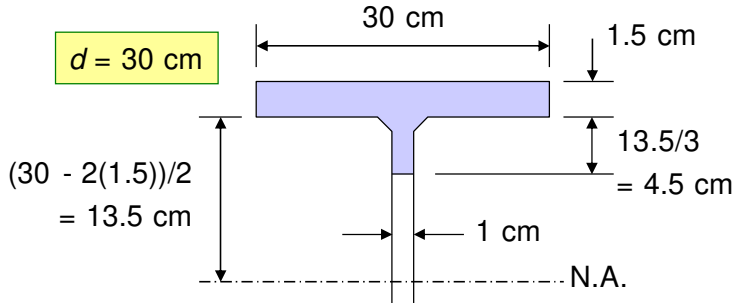


ความยาว $\mathbf{L_c}$ = 3.82 m < $\mathbf{L}$ = 6.0 m < $\mathbf{L_u}$ = 8.40 m

$\mathbf{F_b} = 0.60\mathbf{F_y} = 0.60(2{,}500) = 1{,}500$ ก.ก./ซม.^{2}

ความยาว $\mathbf{L_u}$ = 8.40 m < $\mathbf{L}$ = 9.0 m

ความยาว $\mathbf{L_u}$ = 8.40 m < **L** = 9.0 m



พิจารณาพื้นที่รูปตัวทีรับแรงอัด:

$$A_f + \frac{1}{6}A_w = 30\times1.5 + 4.5\times1.0$$

$$= 49.5 \text{ cm}^2$$

ประมาณ I_y ของหน้าตัดตัวที = 0.5 I_y ของทั้งหน้าตัด

$$r_T = \sqrt{I/A} = \sqrt{\frac{0.5\times6,750}{49.5}} = 8.26 \text{ cm}$$

อัตราส่วนความชะลูด $\mathbf{L/r_T}$ = 900/8.26 = 109

$$\sqrt{7,173\times10^3(1.0)/2,500} = 53.6 \le L/r_T \le \sqrt{3,585\times10^4(1.0)/2,500} = 119.7$$

ดังนั้นคำนวณหน่วยแรงดัดที่ยอมให้ตามสมการโก่งเดาะอินอิลาสติก

สมการโก่งเดาะอินอิลาสติก: $F_b = \left[\frac{2}{3} - \frac{F_y(L/r_T)^2}{10,760\times10^4 C_b}\right]F_y \le 0.60F_y$

$$F_b = \left[\frac{2}{3} - \frac{2,500(109)^2}{10,760\times10^4(1.0)}\right]2,500$$

= 976.6 ก.ก./ซม.^{2} < [$0.60F_y$ = 1,500 ก.ก./ซม.^{2}] **OK**

หน่วยแรงดัดที่ยอมให้ตามสมการการบิด: $F_b = \frac{843,600\,C_b}{Ld/A_f} \le 0.60F_y$

$$F_b = \frac{843,600(1.0)}{900\times30/(30\times1.5)}$$

= 1,406 ก.ก./ซม.^{2} < [$0.60F_y$ = 1,500 ก.ก./ซม.^{2}] **OK**

ดังนั้น F_b = **1,406** ก.ก./ซม.^{2} ■