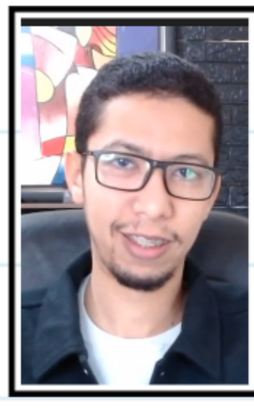

ZAKARIA
Bouicha
WtSp: 0617074062

Généralités sur les fonctions

1 bac sciences expérimentales

Ex 1

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x)=\frac{x}{x^2+1}$$

1) a) Montrer que f est minorée par le nombre $-\frac{1}{2}$.

Le nombre $-\frac{1}{2}$ est-il le minimum absolu de f ?

b) Montrer que f est majorée par le nombre $\frac{1}{2}$.

Le nombre $\frac{1}{2}$ est-il le maximum absolu de f ?

2) Soit a et b deux réels distincts.

a) Montrer que : $\dfrac{f(a)-f(b)}{a-b}=\dfrac{1-ab}{(a^2+1)(b^2+1)}$.

b) En déduire les variations de la fonction f sur chacun des intervalles $[0;1]$ et $[1;+\infty[$.

3) Vérifier que la fonction f est impaire.

4) Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

Ex2 :

Les variations de la fonction f sur l'intervalle $[-5;6]$ sont données par le tableau suivant :

x	-5		-2		1		6
$f(x)$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	7	$\searrow$	2

À partir de ce tableau, déterminer les variations de l fonction g dans chacun des cas suivants :

1) $g(x)=2f(x)+1$; 2) $g(x)=2f(x)+1$

3) $g(x)=\dfrac{1}{f(x)}$; 4) $g(x)=(f(x))^3$

5) $g(x)=\sqrt{f(x)}$; 6) $g(x)=(f(x))^2$

Ex3

Soit f et g les fonctions numériques définies par :

$$f(x)=x^2 \quad \text{et} \quad g(x)=\frac{3x}{2x-4}$$

1) a) Étudier les variations de la fonction g.

b) Étudier le signe de $g(x)$ sur D_g.

2) Étudier les variations de la fonction f.

3) On considère la fonction numérique h définie par :

$$h(x)=f\circ g(x)$$

a) Déterminer D_h l'ensemble de définition de h.

b) Calculer $h(x)$ pour tout $x\in D_h$.

c) Montrer que h admet un minimum absolu au point d'abscisse 0.

d) Etudier les variations de la fonction h sur les intervalles suivantes :

$]-\infty;0]$ et $[0;2[$ et $]2;+\infty[$

4) Dresser le tableau de variations de h sur D_h.

Ex 4 :

Soient f et g les fonctions numériques définies par :

$$f(x)=x^2+2x+1 \quad \text{et} \quad g(x)=\sqrt{x+1}$$

(C_f) et (C_g) les courbes représentatives de f et g dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) Calculer $f(0)$ et $g(0)$.

2) Étudier les variations des fonctions f et g.

3) a) Tracer les courbes (C_f) et (C_g).

b) Résoudre graphiquement l'inéquation :

$$f(x)\le g(x)$$

4) Soit h la fonction numérique définie sur $[-1;+\infty[$ par : $f(x)=x+2+2\sqrt{x+1}$

a) Vérifier que : $h=f\circ g$

b) Étudier les variations de la fonction h.

EX5

Soit f et f les fonctions numériques définies par :

$$f(x)=x^2-2x \quad \text{et} \quad g(x)=\sqrt{x}$$

1) Étudier les variations des fonctions f et g.

2) On considère la fonction numérique h définie par

$$h(x)=f\,o\,g(x)$$

a) Déterminer D_h l'ensemble de définition de h.

3) b) Calculer $h(x)$ pour tout $x \in D_h$.

4) Étudier les variations de la fonction h sur chacun des intervalles $[0;1]$ et $[1;+\infty[$.

5) Montrer que h admet un minimum absolu au point d'abscisse 1.

On considère la fonction numérique k définie par :

$$k(x)=g\,o\,f(x)$$

a) Déterminer D_k l'ensemble de définition de k.

b) Étudier les variations de la fonction k.

c) Calculer $k(x)$ pour tout $x \in D_k$.

EX6 :

Soit f et g les fonctions numériques définies par :

$$f(x)=\frac{x-3}{x+3} \quad \text{et} \quad g(x)=x^2+2x$$

1) Déterminer les variations de f et g.

2) On considère la fonction numérique h définie par :

$$h(x)=f\,o\,g(x)$$

a) Déterminer D_h l'ensemble de définition de h.

b) Calculer $h(x)$ pour tout $x \in D_h$.

c) Calculer $h(-3)$ et $h(1)$ et interpréter les résultats obtenu graphiquement.

3) a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$: $h(x)<1$

b) Étudier les variations de la fonction h sur chacun des intervalles $[-1;+\infty[$ et $]-\infty;-1]$.

c) En déduire que h est bornée sur $\mathbb{R}$.