



ZAKARIA

Bouicha

WtSp: 0617074062

# L'ensemble $\mathbb{N}$ et arithmétique

Troisième commun

Série 1



Ajitfham Academy  
zakaria bouicha

## EX 1:

Soit  $x$  un nombre entier naturel.

- 1) Développer  $(x+1)^2 - x^2$ .
- 2) En déduire que tout nombre impair est la différence de deux carrés consécutifs.
- 3) Ecrire 17 et 2005 comme différence de deux carrés consécutifs.
- 4) Ecrire  $n^2 + n + 7$  comme différence de deux carrés consécutifs, après avoir vérifié que  $n^2 + n + 7$  est un nombre impair.

## EX 2

Soit  $n$  un entier naturel.

On pose :  $A = (-1)^n + (-1)^{n+2} + 2$

Calculer  $A$  selon la parité de  $n$ .

## EX 3

Soit  $n$  un nombre entier naturel.

On pose :  $F = n(n+1) + (n+1)(n+2) + (n+2)n$ .

- 1) Montrer que si  $n$  est pair, alors  $F$  est pair.
- 2) Montrer que si  $n$  est impair, alors  $F$  est impair.

## EX 4

1) Calculer  $x \vee y$  et  $x \wedge y$  dans chacun des cas suivants :

- a)  $x = 13$  et  $y = 17$
- b)  $x = 3$  et  $y = 4$
- c)  $x = 5$  et  $y = 15$
- d)  $x = 25$  et  $y = 50$

2) Comparer  $(x \vee y)(x \wedge y)$  et  $xy$  dans chaque cas précédent.

## EX 5:

- 1) Décomposer les deux nombres 1386 et 4620 en produit de facteurs premiers.
- 2) En déduire le plus petit multiple commun des deux nombres 1386 et 4620.

## EX 6:

- 1) Décomposer les deux nombres 2520 et 3150 en produit de facteurs premiers.
- 2) En déduire le plus grand diviseur commun des deux nombres 2520 et 3150.

## EX 7

Soient  $x$  et  $y$  deux nombres entiers naturels tels que :

$$x \geq 2 \text{ et } 2^{x-2} + 7^{2y+1} + 6^x = 16844.$$

1) Montrer que :

$$2^{x-2} (1 + 4 \times 3^x) = 16844 - 7^{2y+1}$$

2) Montrer que  $16844 - 7^{2y+1}$  est un nombre impair.

3) En déduire que  $x = 2$  puis déterminer la valeur de  $y$ .

## EX 8:

Soient  $m$  et  $p$  deux nombres entiers naturels tels que  $m \geq p$ .

Montrer que :

a)  $(m+p)^3 - p^3$  est un multiple de  $p$ .

b)  $(m+p)^3 + (m-p)^3$  est un multiple de  $2m$ .

## EX 9:

Déterminer les nombres premiers parmi les nombres suivants :

- a) 105 ; 119 ; 117 ; 113 ; 111 ; 107.
- b) 201 ; 157 ; 193 ; 321 ; 247 ; 221.

## EX 10:

Soit  $n$  un entier naturel.

On pose :  $A = (-1)^n + (-1)^{n+2} + 2$

Calculer  $A$  selon la parité de  $n$ .