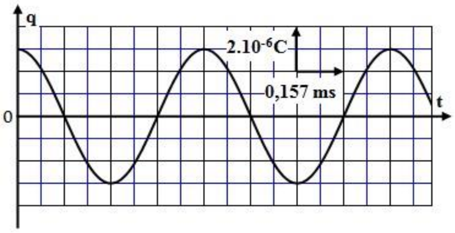
Les oscillations libres dans un circuit RLC

EXERCICE 1

À l'instant $t_0 = 0$, on branche le condensateur $C = 0{,}5\mu F$. Précédemment chargé aux bornes d'une bobine d'inductance L et de résistance négligeable.



1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la charge q(t) du condensateur.

2. La courbe de la figure (3), représente l'évolution de q(t).

2.1. Nommer le régime d'oscillations que montre le graphe de la figure (3).

2.2. La solution de l'équation différentielle s'écrit : $q(t) = Q_m.cos\left(\frac{2\pi t}{T}+\varphi\right)$

2.2.1. En exploitant le graphe de la figure (3), déterminer les valeurs de Q_m, T_0 et φ.

2.2.2. Calculer la valeur de L.

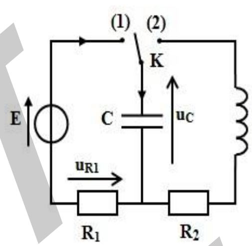
2.3. Expliquer qualitativement la conservation de l'énergie totale du circuit (LC)et calculer sa valeur.

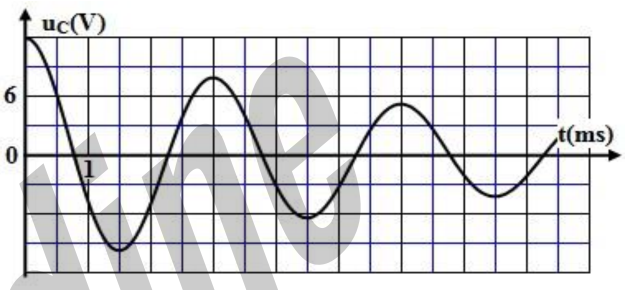
2.4. Déterminer la valeur maximale de l'intensité du courant dans le circuit.

EXERCICE 2

On réalise le montage électrique représenté dans la figure (1) constitué des éléments suivants :

- Un générateur idéal de tension de force électromotrice E ;
- Un condensateur de capacité $C = 6{,}3\mu F$ initialement non chargé ;
- Une bobine (L,r = 0)
- Deux conducteurs ohmiques de résistances respectives $R_1 = 6k\Omega$ et R_2 - un interrupteur K.





Lorsque le régime permanent est atteint, on bascule l'interrupteur K en position (2) à l'instant $t_0 = 0$.

La courbe de la figure (3) représente la variation de la tension u_C(t) aux bornes du condensateur.

1. Justifier la nature des oscillations électriques dans le circuit.

2. Déterminer la valeur de la charge Q_0 du condensateur à l'instant $t_0 = 0$.

3. Déterminer graphiquement la valeur de la pseudo-période T des oscillations.

4. En considérant que la pseudo-période T est égale à la période propre de l'oscillateur (LC),
Déterminer la valeur de l'inductance L de la bobine.

5. Les courbes de la figure (4) représentent les variations en fonction du temps de l'énergie électrique $\mathscr{E}_e$ emmagasinée dans le condensateur, l'énergie magnétique $\mathscr{E}_m$ emmagasinée dans la bobine et l'énergie totale $\mathscr{E}$ du circuit, tel que $\Delta\mathscr{E} = \mathscr{E}_e + \mathscr{E}_m$

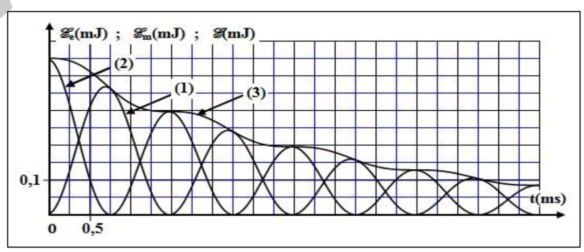


Figure (4)

5.1. Identifier, en justifiant la réponse, la courbe qui correspond à l'énergie magnétique $\mathscr{E}_m$.

5.2. Déterminer, entre les instants $t_0 = 0$ et $t_1 = 3$ ms, la variation $\Delta\mathscr{E}$ de l'énergie totale du circuit.

EXERCICE 3

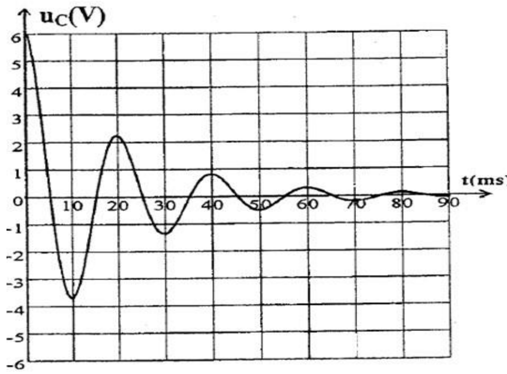
Un groupe des élèves du ont procédé à la charge totale d'un condensateur de capacité C = 10µF à l'aide d'un générateur de f.é.m. E = 6V, et sa décharge dans la bobine (b).

La visualisation de la tension u_C entre les bornes du condensateur sur un oscilloscope a permis d'obtenir le graphe ci-contre.

1- Faire le schéma du Montage expérimental utilisé.

2- Justifier l'amortissement des oscillations.

3- Déterminer graphiquement la valeur de la pseudo-période T, en déduire la valeur du coefficient d'inductance L de la bobine (b) en supposant que la pseudo période T est égale à la période propre T_0 des oscillations. (On prend $\pi^2 = 10$)



4- Quelle est la nature de l'énergie emmagasinée dans le circuit à l'instant t = 25 ms. Justifier.

5- Les élèves du deuxième groupe ont monté la bobine (b) et le condensateur précédent en série avec un générateur qui qui maintient entre les bornes circuit une tension proportionnelle à l'intensité du courant qui le traverse (u = k.i). Les oscillations sont entretenues lorsque k prend la valeur : k =50 (SI). Quelle est la valeur de la résistance de la bobine r.

EXERCICE 4

Un groupe d'élèves ont chargés complétement un condensateur de capacité C sous une tension continue U, et l'ont déchargé dans une bobine (b) d'inductance L et de résistance négligeable (Figure 1).

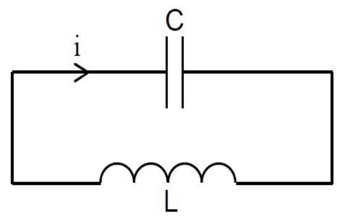


Figure 1

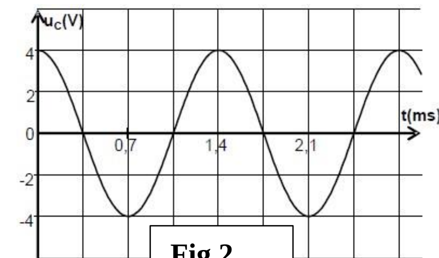


Fig 2

1- Recopier sur la copie de rédaction, la figure1 et représenter dessus, en convention récepteur les tensions u_C et u_L respectivement aux bornes du condensateur et de la bobine.

2- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C.

3- Les variations de u_C en fonction du temps sont illustrées sur la figure 2. Par exploitation de ce graphe, écrire l'expression numérique de la tension $u_C(t)$.

4- Les variations, en fonction du temps, de l'énergie magnétique E_m emmagasinée dans la bobine, sont représentées sur la figure 3.

a- Montrer que l'expression de cette énergie s'écrit sous la forme :
$$Em = \frac{1}{4} CU^2 \left(1 - cos \frac{4\pi}{T_0} t\right)$$
On rappelle que : $\sin^2(x) = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$.

b- En déduire l'expression de l'énergie magnétique maximale $E_{m(max)}$ en fonction de C et U.

c- Par exploitation du graphe $E_m(t)$, déduire la valeur de la capacité du condensateur utilisé.

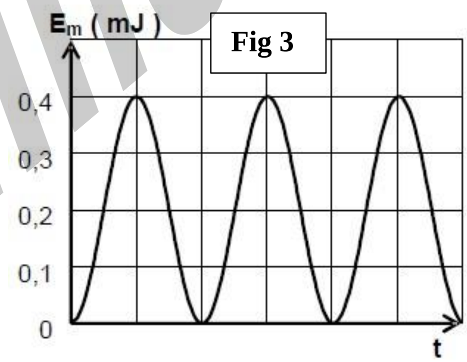


Fig 3

5- Déterminer le coefficient d'inductance L de la bobine (b).

EXERCICE 5

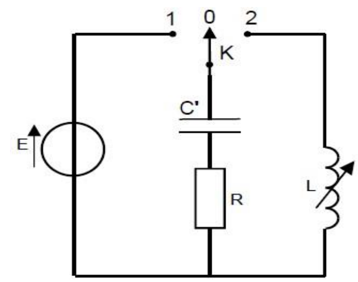
Le piano génère un ensemble de notes musicales classées selon une échelle musicale constituée de sept notes musicales essentielles. Le tableau suivant donne les fréquences correspondantes aux notes musicales essentielles

Note	Do	Ré	Mi	Fa	Sol	La	Si
Fréquence	262	294	330	349	392	440	494

Le but de cet exercice est d'ajuster une note musicale de fréquence déterminée en utilisant un circuit RLC série.

<u>Ajustement de la fréquence de la note musicale</u>

Les élèves ont réalisé le montage expérimental représenté sur le Figure2, et qui est constitué de :



- Générateur de tension de f.é.m E = 12 V et de résistance interne négligeable.
- Conducteur ohmique de résistance R = 200 Ω.
- Bobine de coefficient d'inductance L ajustable et de résistance interne négligeable.

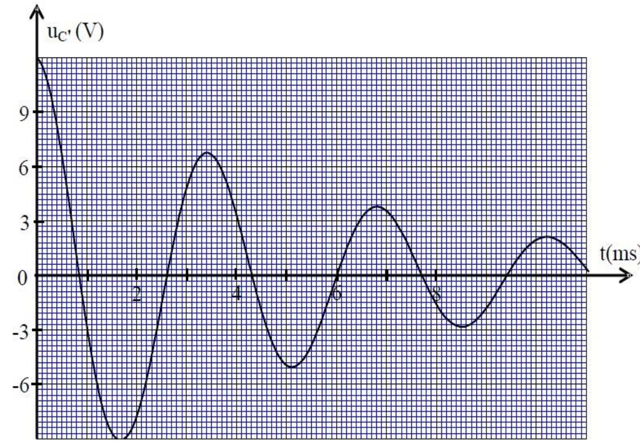
- Condensateur de capacité C’= 0,5 μF. ▯ Interrupteur K à double position.

Après avoir chargé le condensateur, les élèves ont basculé l’interrupteur à la position (2) à un instant choisi comme origine des temps. Ils ont obtenu par l’intermédiaire d’une interface informatique la courbe représentée sur la Figure 3.

2-1- Etablir l’équation différentielle vérifiée par la tension $u_{C'}$ entre les bornes du condensateur.

2-2- Déterminer graphiquement la valeur de la pseudopériode T.

2-3- On considère que la valeur de la pseudopériode T est égale à la valeur de la période propre T_0 de l’oscillateur LC. En déduire la valeur de L.



2-4- Calculer la valeur de l’énergie totale emmagasinée dans le circuit à l’instant t = 3,4 ms.

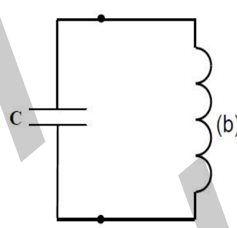
3- Les élèves ont ajouté au montage RLC’ précèdent, un appareil d’entretien des oscillations, et ils ont relié le circuit à un haut-parleur qui transforme l’onde électrique de fréquence N_0 en une onde sonore de même fréquence.

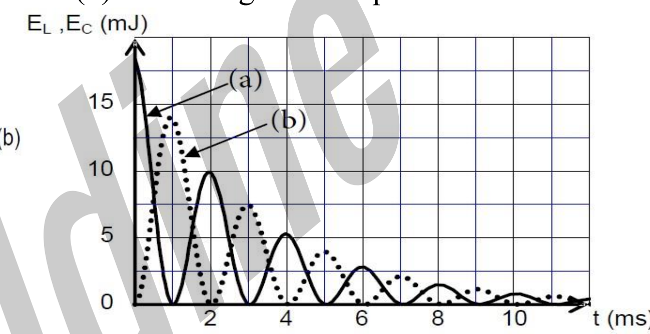
3-1- Quel est le rôle de l’appareil d’entretien de point de vue énergétique.

3-2- En se basant sur le tableau des fréquences des notes déterminer la note musicale émise par le haut-parleur.

EXERCICE 6

Pour mettre en évidence l’influence de la résistance r de la bobine (b) sur l’énergie électrique totale d’un circuit série RLC libre, les élèves ont monté, à un instant considéré comme origine des temps, un condensateur de capacité C totalement chargé, avec cette bobine comme l’indique la figure 3.





A l’aide d’un matériel informatique convenable, on a pu visualiser les variations de l’énergie emmagasinée dans le condensateur et celle emmagasinée dans la bobine en fonction du temps.

1- Etablir l’équation différentielle vérifiée par la charge q(t) du condensateur.

2- Préciser, parmi les courbes (a) et (b), celle correspondante à l’énergie emmagasinée dans la bobine.

3- On désigne par E_T, l’énergie électrique totale emmagasinée dans le circuit à un instant t, et elle représente la somme de l’énergie emmagasinée dans le condensateur et l’énergie emmagasinée dans la bobine au même instant t.

3.1- Ecrire l’expression de E_T en fonction de : C, L, q et $\frac{dq}{dt}$

3.2- Montrer que l’énergie totale décroit avec le temps selon la relation : $\frac{dE_T}{dt} = -ri^2dt$. Expliquer la cause de cette décroissance.

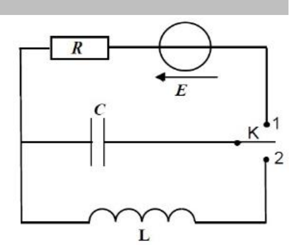
3.3- Déterminer l’énergie dissipée dans le circuit entre les instants : t_1 = 2 ms et t_2 = 3 ms.

EXERCICE 7

On réalise le circuit de la figure 2, qui est constitué de :

- Générateur de f.é.m. E = 12 V et de résistance négligeable ;
- Condensateur de capacité C = $4,7.10^{-3}$ F ;
- Résistor de résistance R = 200 Ω ;
- Bobine d’inductance L et de résistance négligeable ; Interrupteur K à double position.

Figure 1



On ferme l'interrupteur sur la position 1 jusqu'à ce que le condensateur soit chargé complétement, puis on le bascule vers la position 2, à un instant considéré comme origine des temps $t_0 = 0$.

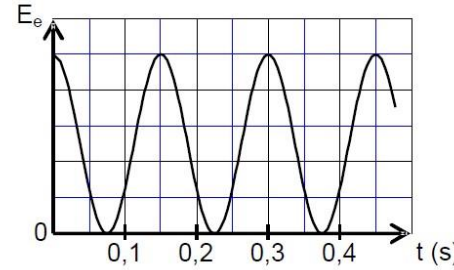
1- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge q du condensateur.

2- Trouver l'expression de la période propre T_0 de l'oscillateur en fonction de L et C, pour que l'expression $q(t) = Q_m \cos(\frac{2\pi}{T_0}t)$ soit solution de cette équation différentielle.

3- Vérifier que la période est homogène à un temps.

4- Calculer la valeur maximale Q_m de la charge du condensateur.

5- La figure 2 donne les variations de l'énergie électrique E_e emmagasinée dans le condensateur en fonction du temps.



5-1- Sachant que la période T de l'énergie est $T = \frac{T_0}{2}$, déterminer la valeur de T_0.

5-2- En déduire la valeur du coefficient d'inductance de la bobine.

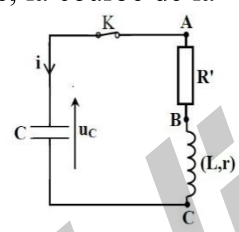
6- On rappelle que l'énergie totale E_T du circuit est, à chaque instant, la somme des énergies : électrique et magnétique, emmagasinées respectivement dans le condensateur et la bobine. Montrer que l'énergie E_T se conserve. Calculer sa valeur.

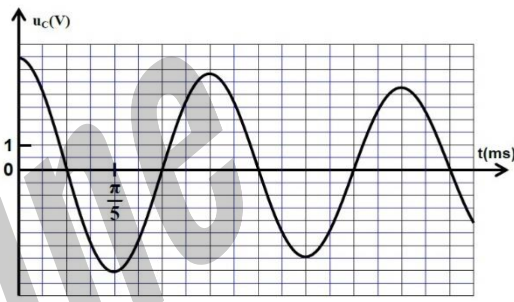
EXERCICE 8

On monte une bobine d'inductance L et de résistance r, en série, avec un condensateur (initialement chargé complétement) de capacité C = 0,2 µF et un résistor de résistance R' = 200 Ω.

On obtient, à l'aide du même dispositif informatique, la courbe de la figure 4 qui représente les variations de la tension u_C aux bornes du condensateur en fonction du temps.

A quel des trois régimes d'oscillations, correspond la courbe de la figure 4 ?





1- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C.

2- En considérant que la pseudopériode T est égale la période propre T_0 de l'oscillateur LC, vérifier la valeur de l'inductance de la bobine étudiée.

3- Calculer l'énergie dissipée par effet joule entre les instants $t_0 = 0$ et $\frac{3T}{2}$

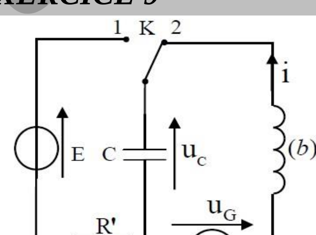
4- Pour compenser l'énergie dissipée, on monte en série dans le circuit précédent (figure 3), un générateur maintenant entre ses bornes une tension u_G proportionnelle à l'intensité du courant, tel que $u_G(t) = k.i(t)$.

4-1- Etablir, dans ce cas, l'équation différentielle vérifiée par la charge q(t) du condensateur.

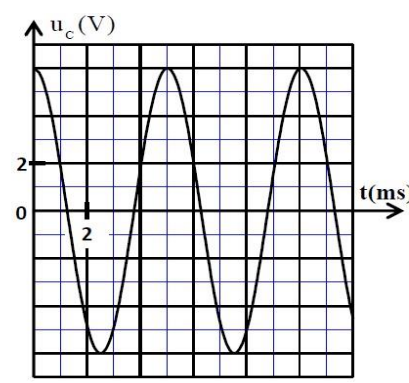
4-2- On fixe le paramètre k sur la valeur 208,4 pour obtenir des oscillations électriques sinusoïdales. Vérifier la valeur de la résistance r de la bobine étudiée.

EXERCICE 9

Le technicien réalise le montage expérimental de la figure 2, qui est constitué de :



- La bobine précédente (b) de résistance r et de coefficient d'inductance L;
- Le générateur idéal de tension de f.é.m. E ;
- Un conducteur ohmique de résistance R' ;
- Un interrupteur K à double position ;
- Un générateur G délivrant une tension $u_G = k.i(t)$, où k est un paramètre positif ajustable.



Après avoir chargé complétement le condensateur, le technicien bascule l'interrupteur vers la position 2, à un instant $t_0 = 0$. (Figure 2) La courbe de la figure 3 représente la tension $u_C(t)$ obtenue lorsque le paramètre k est fixé sur la valeur k = r.

1. Quel est le régime des oscillations mis en évidence par la courbe ?

2. Etablir l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$.
3. La solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme : $u_C(t) = U_m.cos\left(\frac{2.\pi}{T_0}t\right)$

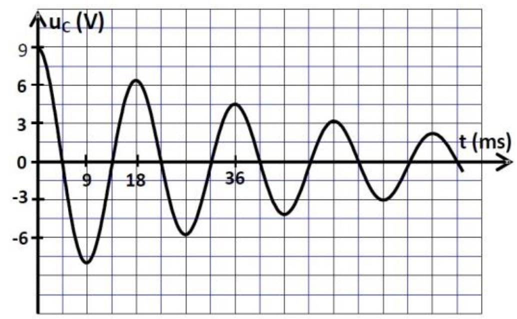
Trouver l'expression de la période propre T_0 de l'oscillateur électrique.

4. La capacité C du condensateur, varie avec le taux d'humidité x selon la relation : C = 0,5.x – 20, où C est donnée en (µF), et x un pourcentage (%). Déterminer le taux d'humidité x à l'intérieur du laboratoire.

EXERCICE 10

Pour obtenir des oscillations électriques libres, dans un circuit RLC, on monte en série un condensateur de capacité C initialement chargé. Une bobine d'inductance L = 0,2H et de résistance interne r négligeable et un résistor de résistance R = 90 Ω.

Le suivi de l'évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur en fonction du temps, à l'aide d'un matériel informatique convenable, permet d'obtenir la courbe de la figure suivante.



1. Représenter le schéma du dispositif expérimental, et montrer dessus, le branchement du système d'acquisition permettant de suivre $u_C(t)$.
2. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$.
3. Calculer la valeur de la capacité du condensateur, sachant que la valeur de la pseudo période est égale à celle de la période propre de l'oscillateur.
4. Déterminer la valeur ξ_1 de l'énergie du circuit à l'instant t = 36 ms.
5. Justifier, du point de vue énergétique, le régime oscillatoire représenté sur la figure 3.

EXERCICE 11

On étudie, l'amortissement et l'entretien des oscillations dans un circuit RLC série.

Pour cela, on réalise le circuit électrique schématisé sur la figure 1 qui comporte :

- Un générateur de tension de f.e.m. E ;
- Deux conducteurs ohmiques de résistance r=20Ω et R ;
- Une bobine (b) d'inductance L et de résistance r_b;
- Un condensateur de capacité C =10 µF (initialement déchargé)
- Un interrupteur K à double position

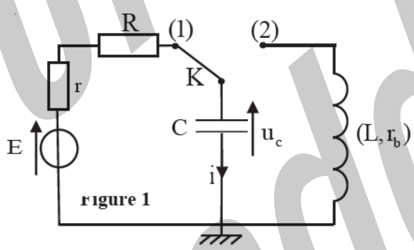


Figure 1

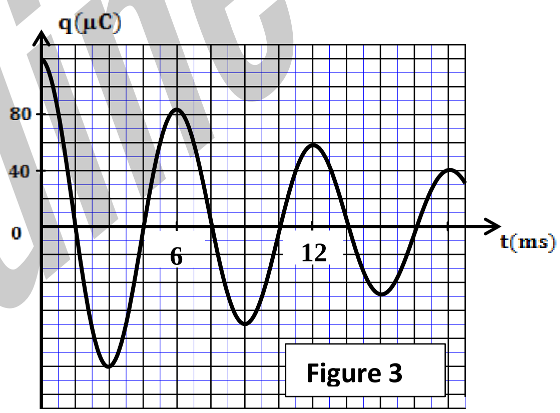


Figure 3

Une fois le condensateur est totalement chargé, on bascule l'interrupteur K vers la position (2) à un instant que l'on choisira comme nouvelle origine des dates (t = 0).

La courbe de la figure 3, représente l'évolution temporelle de la charge q(t) du condensateur.

1. Identifier le régime oscillatoire qui correspond à la courbe de la figure 3.
2. En assimilant la pseudo période à la période propre de l'oscillateur électrique, déterminer l'inductance L de la bobine (b).
3. Calculer $\Delta\mathscr{E}$, la variation de l'énergie totale du circuit entre les instants t_1 = 0ms et t_2 = 18ms, puis interpréter ce résultat.
4. Pour entretenir les oscillations, on monte en série avec le condensateur et la bobine (b), précédemment étudiés, un générateur (G) qui délivre une tension proportionnelle à l'intensité du courant électrique : $u_G(t) = k.i(t)$.
   4.1. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge q(t).
   4.2. On obtient des oscillations électriques sinusoïdales lorsque la constante k prend la valeur k =11 dans le système d'unités internationales. En déduire la valeur de la résistance électrique r_b de la bobine (b).

EXERCICE 12

Un élève de la même classe réalise le montage représenté sur la figure 5 qui comporte :

- Un condensateur, totalement chargé, de capacité C =2,5mF ;
- Une bobine d'inductance Let de résistance r ;
- un interrupteur K.

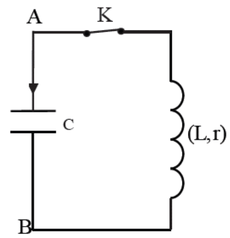


Figure 5

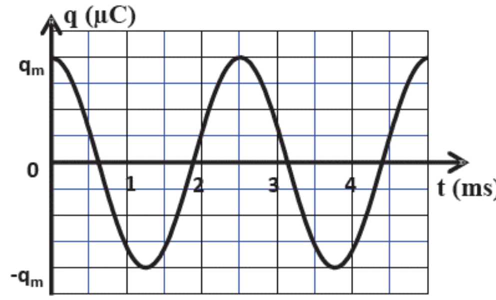


Figure 6

Après fermeture du circuit, on visualise, à l'aide d'un système d'acquisition informatisé, des oscillations pseudopériodiques représentant les variations de la charge q(t) du condensateur.

1. Pourquoi observe-t-on des oscillations pseudopériodiques ?
2. Pour obtenir des oscillations électriques entretenues, un générateur G délivrant une tension proportionnelle à l'intensité du courant $u_G(t)=k.i(t)$ est inséré en série dans le circuit précédent.
   2.1. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge q(t).
   2.2. En ajustant le paramètre k sur la valeur k =5 (exprimée dans le système d'unités international), les oscillations deviennent sinusoïdales (figure 6). Déterminer la valeur de r.
   2.3. En exploitant la courbe de la figure 6, trouver la valeur de l'inductance L de la bobine.

EXERCICE 13

II- Etude du circuit RLC série

On charge totalement un condensateur de capacité C, puis on le monte en série, à un instant choisi comme origine des dates (t=0), avec la bobine et le conducteur ohmique précédents (figure 3).

Les courbes de la figure 4 représentent l'évolution de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur et celle de l'intensité i(t) du courant qui circule dans le circuit.

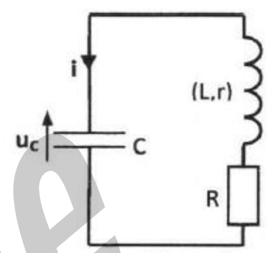


Figure 3

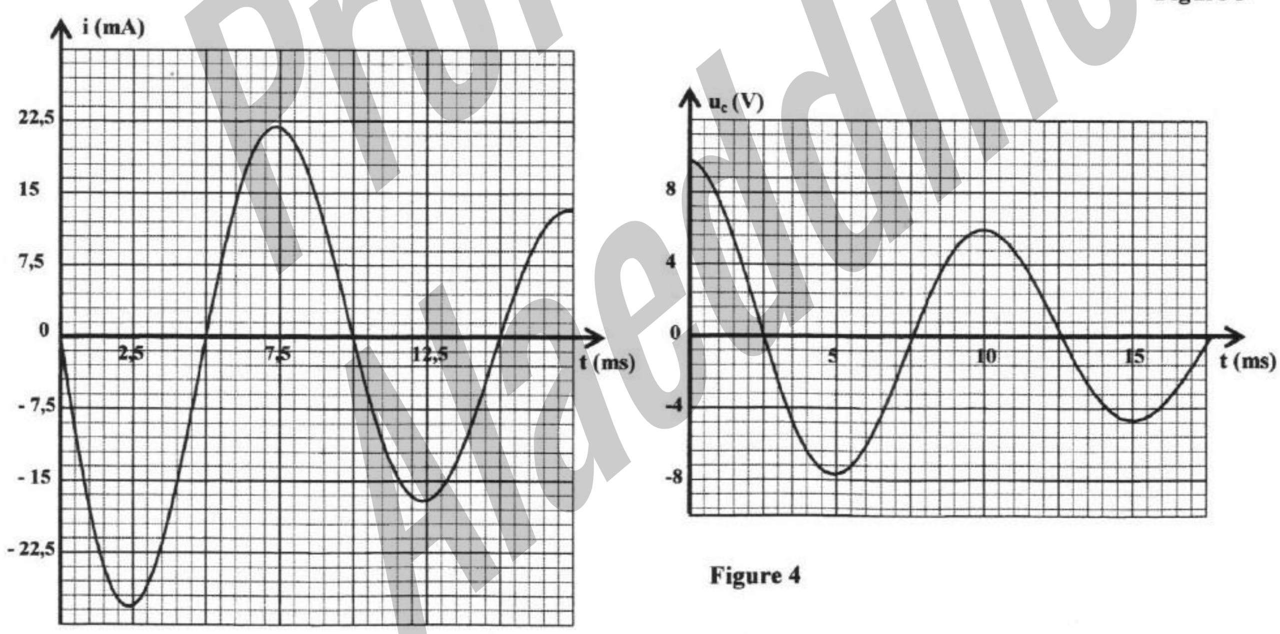


Figure 4

1. Quel régime correspond aux courbes de la figure 4 ?

2. Sachant que la pseudo-période est approximativement égale à la période propre T_0 de l'oscillateur électrique, déterminer la valeur de la capacité C. (On prend $\pi^2 = 10$).

3. A l'aide des deux courbes de la figure 4, calculer l'énergie totale E_{t1} du circuit à l'instant $t_1 = 9ms$.

EXERCICE 14

On réalise le montage représenté dans la figure (4) qui est composée par :

- Une bobine d'inductance L et de résistance r.
- Un condensateur de capacité C = 20µF chargé sous la tension U_0 =6,0V.
- Un générateur G qui compense exactement l'énergie dissipée par effet Joule.

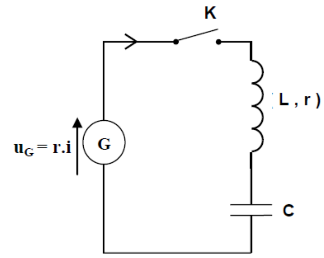


Figure4

Lorsqu'on ferme l'interrupteur K, il passe dans le circuit un courant d'intensité $i = I_m .\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right)$ dont T_0 est la période propre du circuit (LC) : $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$.

1. Montrer que l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur à l'instant t peut s'écrire sous la forme : $E_e = \frac{1}{2}.L.I_m^2.sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right)$
2. Montrer l'énergie totale E du circuit (LC) se conserve au cours des oscillations. Calculer sa valeur.

EXERCICE 15

On charge un condensateur de capacité C = 10µF sous une tension continue U = 6V. On le branche aux bornes d'une bobine d'inductance L et de résistance négligeable, figure (1).

On ferme l'interrupteur K à l'instant t = 0.

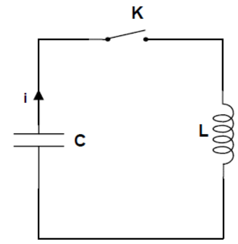


Figure 1

1- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge q(t) du condensateur.

2- La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme :

$q(t) = Qm .\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right)$ dont T_0 est la période propre de l'oscillateur (LC) .

Calculer Q_m et trouver l'expression de T_0 en fonction des paramètres du circuit.

3.1. Monter que le rapport de l'énergie électrique E_e emmagasinée dans le condensateur et l'énergie totale E du circuit s'écrit à un instant t sous la forme : $\frac{E_e}{E} = cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right)$

3.2. Compéter le tableau suivant, après l'avoir copié sur votre copie, en calculant le rapport $\frac{E_e}{E}$

L'instant t	0	$\frac{T_0}{8}$	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{3T_0}{8}$	$\frac{T_0}{2}$
Le rapport $\frac{E_e}{E}$					

Déduire la période T de l'échange d'énergie entre le condensateur et la bobine en fonction de T_0.

EXERCICE 16

On réalise le circuit électrique schématisé sur la figure 1. Ce circuit comporte :

- Un générateur de f.e.m. E et de résistance interne négligeable ;
- Une bobine (b) d'inductance L_0 et de résistance négligeable ;
- Deux conducteurs ohmiques de résistance r et R = 20Ω ;
- Un condensateur de capacité C réglable initialement déchargé ; - Un interrupteur K.

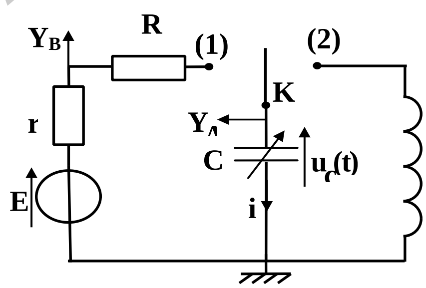


Figure1

1- Etude du dipôle RC

On fixe la capacité du condensateur sur la valeurC_0. A un instant de date t = 0, on place l'interrupteur K en position (1). Un système d'acquisition informatisé permet de tracer les courbes (Γ1) et (Γ2) de la figure 2 représentant les tensions obtenues en utilisant les voies Y_A et Y_B (fig.1). La droite (T) représente la tangente à la courbe ((Γ1) à t=0.

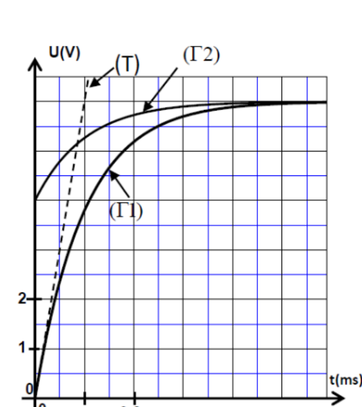


Figure 2

1-1- Identifier parmi les courbes (Γ1) et (Γ2) celle qui représente la tension $u_C(t)$.

1-2- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$

1-3- Montrer que l'expression de l'intensité du courant juste après avoir placé l'interrupteur en position (1) est $i_0 = \frac{E}{R+r}$

1-4- A l'aide des deux courbes :

1-4-1- Déterminer la valeur de r

1-4-2- Montrer que C_0 = 5 µF.

2- Etude du circuit LC idéal

Une fois le régime permanent établi, on bascule l'interrupteur K en position (2) à un instant que l'on choisira comme nouvelle origine des dates (t =0). On obtient ainsi un circuit LC.

2.1- Etablir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant i(t).

2.2- La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme $i = I_m.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right)$; T_0 représente la période propre de l'oscillateur et φ la phase à t=0, I_m l'intensité maximale du courant électrique.

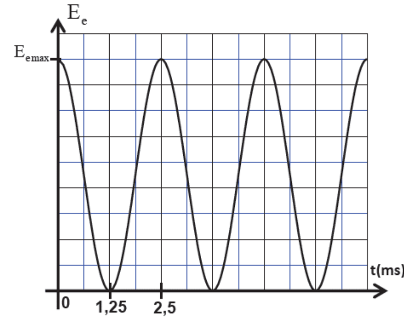


Figure3

Déterminer la valeur de φ.

2.3- Etablir, à partir de l'expression de la puissance électrique, l'expression de l'énergie $E_e(t)$ emmagasinée dans le condensateur en fonction de la charge q(t) et de la capacité C du condensateur.

2.4- La courbe représentée sur la figure 3 donne l'évolution de l'énergie électrique $E_e(t)$ emmagasinée dans le condensateur en fonction du temps.

2-4-1- Calculer l'énergie électrique maximale E_{emax} .

2-4-2- A l'aide d'une étude énergétique, trouver la valeur de I_m.

EXERCICE 17

1- Réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension A

On réalise le montage électrique représenté sur la figure 1, qui contient :

- Un générateur de tension de force électromotrice E et de résistance interne négligeable ;
- Deux conducteurs ohmiques de résistance R_0 = 45Ω et r ;
- Une bobine (b) d'inductance L_0 et de résistance r_0 ;
- Un interrupteur K.

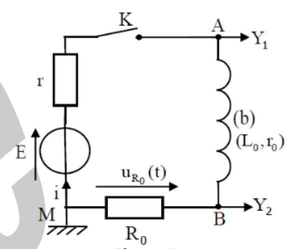


Figure 1

On ferme l'interrupteur K à un instant choisi comme origine des dates (t = 0). Un système de saisie informatique approprié permet de tracer la courbe (C1) représentant la tension $u_{AM}(t)$ et la courbe (C2) représentant la tension $u_{BM}(t)$ (figure 2).

1-1- Etablir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité i(t)du courant.

1-2- Trouver la valeur de E.

1-3- Déterminer la valeur de r et montrer que r_0 = 5Ω.

1-4- La droite (T) représente la tangente à la courbe (C2) à l'instant de date t = 0 (figure 2). Vérifier que L_0 = 0,18H.

2- Décharge d'un condensateur dans le dipôle RL

On monte en série à un instant de date t = 0 un condensateur de capacité C=14,1μF, totalement chargé, avec la bobine précédente (b) et un conducteur ohmique de résistance R=20Ω

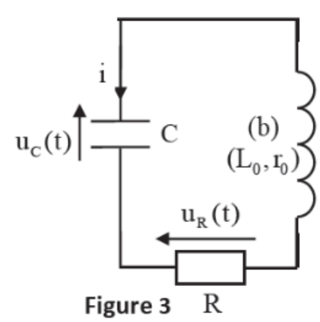


Figure 3

Un système de saisie informatique approprié permet de tracer la $u_C(t)$ courbe représentant la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur et la courbe représentant la tension $u_R(t)$ aux bornes du conducteur ohmique (figure 4).

2-1- Quel est parmi les trois régimes d'oscillations, celui qui correspond aux courbes obtenues sur la figure 4 ?

2-2- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$.

2-3- Trouver l'énergie E_j dissipée par effet joule dans le circuit entre les deux instants t_1 = 0 et t_2=14ms.

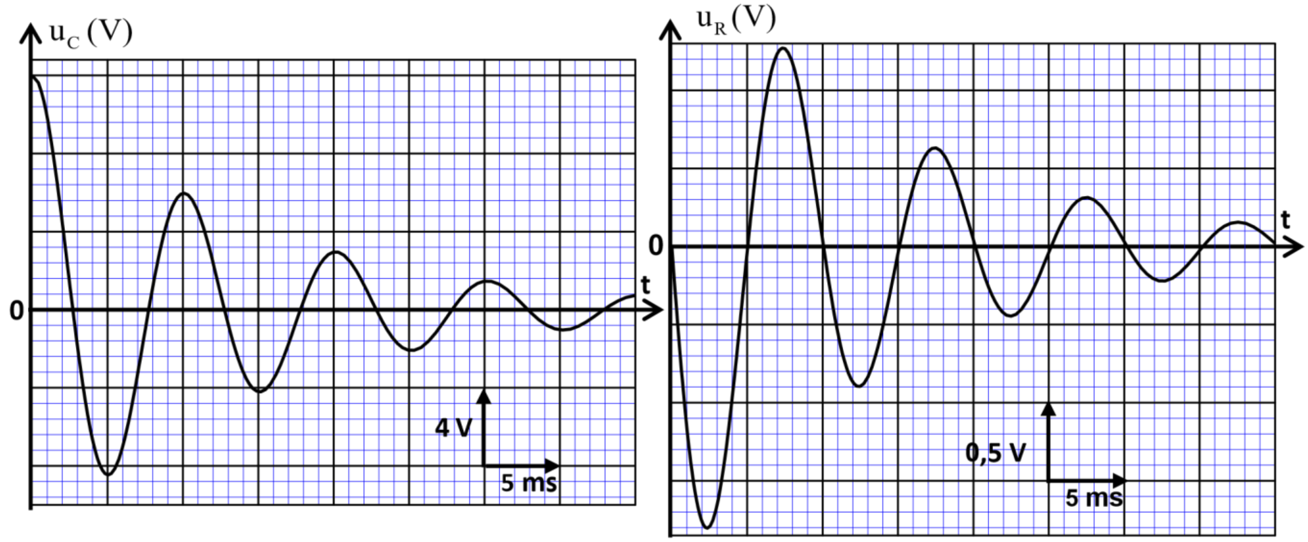


Figure 4

EXERCICE 18

On considère le circuit électrique schématisé dans la figure 4, comportant :

- Un générateur de tension continue (G), de f.é.m U_0 et de résistance interne négligeable ;
- Un condensateur (c) de capacité C et d'armatures A et B ;
- Une bobine (B) d'inductance L et de résistance négligeable ;
- Deux interrupteurs K_1 et K_2.

1. K_2 étant ouvert, on ferme K_1. Après une brève durée, le condensateur porte une charge maximale Q_0 et emmagasine une énergie électrostatique E_0.
  a- Donner l'expression de Q_0 en fonction de U_0 et C.
  b- Donner l'expression de E_0 en fonction de Q_0 et C.

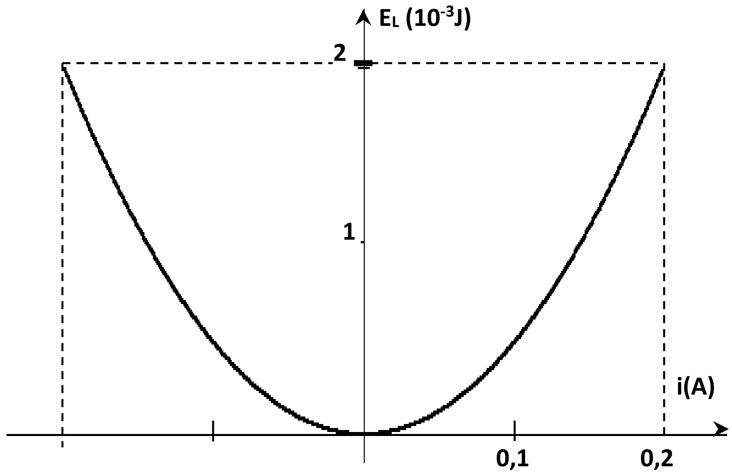
2. Le condensateur étant chargé, à t = 0 on ouvre K_1 et on ferme K_2. A t quelconque, l'armature A du condensateur porte une charge q.
  a- Exprimer l'énergie électromagnétique E en fonction de L, C, q et $i=\frac{dq}{dt}$.
  b- Montrer, sans faire aucun calcul que cette énergie se conserve et elle est égale à $\frac{Q_0^2}{2C}$.
  c- Déduire l'équation différentielle des oscillations électriques.
  d- Déterminer l'expression de la période propre T_0 en fonction de L et C.
  e- Ecrire l'expression de la charge q en fonction du temps.

3. a- Donner l'expression de l'énergie magnétique E_L en fonction de L et i
  b- Montrer que l'expression de cette énergie E_L en fonction du temps s'écrit :

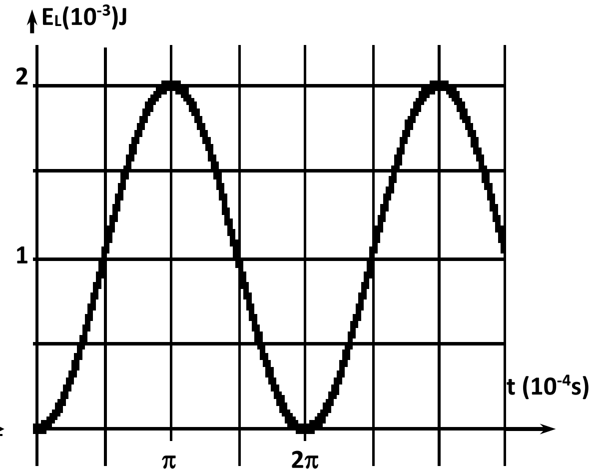
$$E_L=\frac{E_0}{2}\left[1+\cos\left(\frac{4\pi}{T_0}t+\pi\right)\right]$$

4. Une étude expérimentale a permis de tracer les courbes (1) et (2) (ci-dessous) traduisant respectivement les variations de l'énergie magnétique E_L en fonction de i et en fonction du temps.
  a- En exploitant la courbe (1), déduire les valeurs de L et de E_0.
  b- En exploitant la courbe (2), déduire la valeur de T_0.

5. Déterminer alors C, Q_0 et U_0.



Courbe (1)

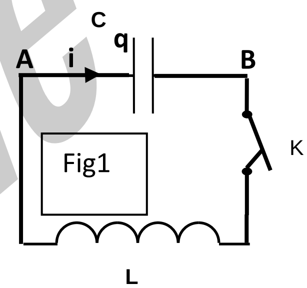


Courbe (2)

EXERCICE 19

Un circuit électrique LC est constitué par :

- Un condensateur, de capacité C.
- Une bobine d'inductance L et de résistance négligeable.
- Un interrupteur K.



1- On charge le condensateur (K ouvert) telle que l'armature A porte la charge $\mathbf{Q_0=10^{-6}}$ **C**. A la date t=0s, on ferme l'interrupteur K

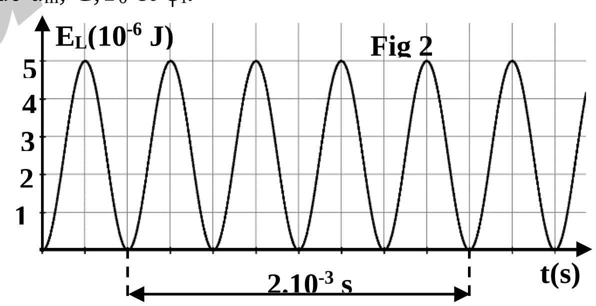
a- Etablir l'équation différentielle régissant les variations u_c de la tension aux bornes du condensateur.

b- Sachant que $u_c(t)=u_m\cos(2\pi/T_0 t + \varphi_i)$ est solution de l'équation différentielle. Déduire l'expression de la période T_0 des oscillations.et calculer la valeur de u_m et de φ_i

c- Déduire l'expression de l'intensité du courant i(t) en fonction de u_m, C,T_0 et φ_i.

d- Donner l'expression de I_m

2- A l'aide d'un dispositif informatisé branché aux bornes du circuit on a pu tracer La courbe représentant les variations, au cours du temps, de l'énergie magnétique E_L.(la figure 2).

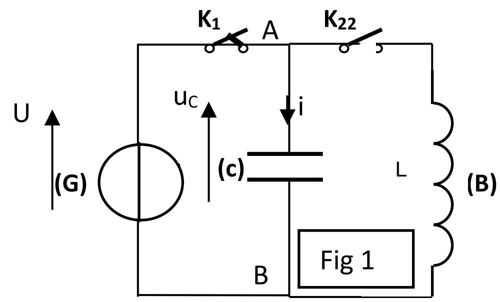


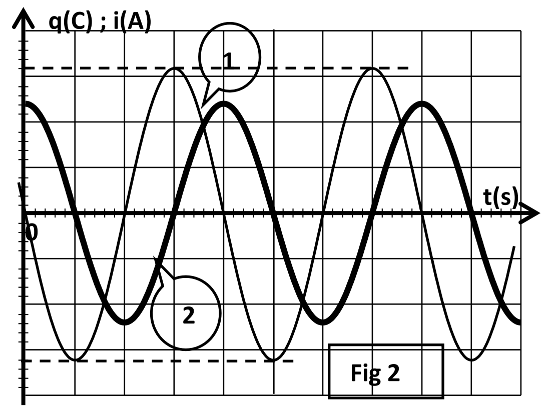
a- Montrer que l'énergie magnétique E_L est périodique de période $T = \frac{T_0}{2}$.

b- En utilisant le graphe, déterminer T_0, L et C.

EXERCICE 20

Un condensateur de capacité C est chargé à l'aide d'un générateur de tension délivrant à ces bornes une tension constante U (K_2 ouvert et K_1 fermé voir schéma ci-contre). Les armatures A et B de ce condensateur chargé sont reliées à une bobine d'inductance L de résistance négligeable. A un instant t=0s, pris comme origine des temps on ouvre l'interrupteur K_1 et on ferme K_2. L'intensité i(t) du courant est comptée positivement quand le courant circule dans le sens indiqué sur le schéma. On appelle q(t) la charge de l'armature reliée au point A et on précise qu'à l'instant t=0s cette armature est chargée positivement.

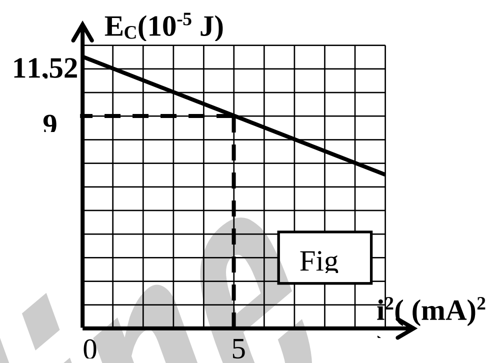




1-
 a) Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge q(t).
 b) Montrer que $q(t) = Q_{max} .\cos(\mathbf{2\pi/T_0}\, t + \varphi_q)$ est une solution de cette équation différentielle pour une valeur particulière de $\mathbf{T_0}$ dont on déterminera l'expression.

2- On donne dans la figure 2, les courbes de variation de la charge q(t) du condensateur et de l'intensité de courant i(t) qui traverse le circuit.
 a- Identifier les courbes 1 et 2.
 b- Déterminer l'expression de q(t) et celle de i(t).

On donne l'échelle :
* pour la charge q(t) : 2.10^{-5} C → 1 carreau.
* pour l'intensité de courant i(t) : 1,5π mA →1 carreau.



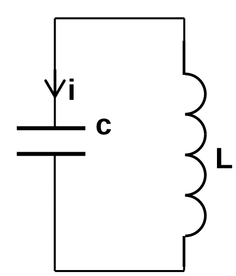
 4. a) Donner l'expression de l'énergie totale E_{tot} du circuit en fonction de q, i, L et C.
 c) Déterminer l'expression de E_e en fonction de i^2.
d) sur la figure 3 on donne la courbe représentant l'évolution de l'énergie électrique E_e en fonction de i^2. Déterminer graphiquement l'inductance L, déduire la valeur de la capacité C du condensateur.

EXERCICE 21

Un condensateur de capacité C est préalablement chargé à l'aide d'un générateur de tension délivrant à ses bornes une tension constante U=10 V.

A un instant pris comme origine de temps on relie le condensateur à une bobine purement inductive d'inductance L. A l'aide d'un dispositif approprié, on suit l'évolution de l'énergie magnétique E_m emmagasinée dans la bobine en fonction du temps. Les résultats obtenus nous ont permis de tracer le graphe de la figure 2.

On donne l'expression de l'énergie magnétique emmagasinée dans la bobine en fonction du temps :



$$\mathbf{E_L(t) = \frac{E_{Lmax}}{2}.(1- \cos(2000\pi t + \varphi))}.$$

En utilisant le graphe, déterminer E_{mmax} valeur maximale de E_m ainsi que la phase initiale φ.

1- Donner l'expression de E_m en fonction du temps.
2- montrer que $\mathbf{E_{mmax} = E_{emax}}$ avec $\mathbf{E_{emax}}$ valeur maximale de l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur.
3-

a- Calculer la valeur de la capacité C du condensateur. Déduire la valeur de l'inductance L de la bobine.

b- Calculer la durée Δt indiquée sur le graphe de la figure 2 (ci-contre). Sous quelle forme apparait l'énergie totale du circuit à l'instant t =Δt ?

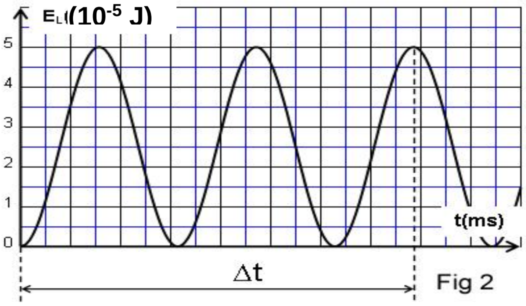


Fig 2

4- Déterminer l'expression de l'intensité du courant électrique qui circule dans le circuit en fonction du temps. Déduire l'expression de la charge q du condensateur.

5- Représenter sur un papier millimétré le graphe d'évolution de l'intensité du courant et celui de l'évolution de la charge q du condensateur en fonction du temps.

Echelle :

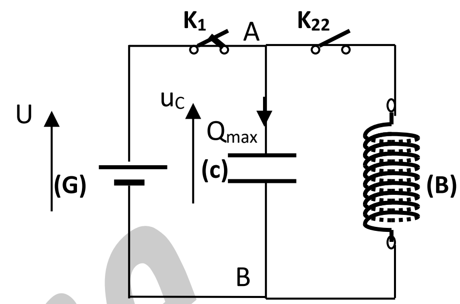
- **Temps : 0,5 ms → 1 cm * Intensité : 10 mA → 1 cm * Charge : 2.10^{-6} C → 1 cm**

EXERCICE 22

1. Un condensateur de capacité C est chargé à l'aide d'un générateur de tension délivrant à ces bornes une tension constante U. Calculer la charge Q_0 ainsi que l'énergie électrique emmagasinée E_{0C}.

On donne : C= 2,5 10^{-6}F ; U= 20V.

2. Les armatures de ce condensateur chargé sont reliées à une bobine d'inductance L de résistance négligeable. A un instant t=0s, pris comme origine des temps on ferme l'interrupteur K_2 et on ouvre K_1 (Voir figure ci-dessus). On appelle q(t) la charge de l'armature reliée au point A et on précise qu'à l'instant t=0s cette armature est chargée positivement.



a) Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge q(t).

b) Montrer que q(t) = Q_{max} cos ($2\pi/T_0$ t+φ) est une solution de cette équation différentielle pour une valeur particulière T_0. Déterminer l'expression de T_0 et calculer sa valeur.

On donne L= 25 mH.

3. Etablir les expressions des fonctions q(t) et i(t). Dans ces expressions, les valeurs numériques des coefficients seront calculées.

4. a) Donner les expressions des fonctions $E_e(t)$ et $E_m(t)$ des énergies stockées respectivement dans le condensateur et dans la bobine. Dans ces expressions , les valeurs numériques des coefficients seront calculées.

b) Montrer que la somme **E_{Tot} = Ee(t) + E_m(t)** est égale à une constante que l'on calculera. Conclure.

c) Déterminer l'expression de E_m en fonction de q. Représenter l'allure de la courbe E_m= f(q).