

Mod Kavramı

Modüler aritmetikte kullandığımız mod işlemi bölme algoritmasından elde edilmiştir. Eğer bir a tam sayısını bir m pozitif tam sayısına bölersek, bölme algoritmasına göre,

$$\begin{array}{r} a \\ \overline{) m} \\ \underline{b} \\ k \end{array} \quad a = bm + k, \quad 0 \leq k < m$$

özellikliğini sağlayan sadece birer tane b ve k tam sayıları vardır. Burada, k kalanı için, $a \equiv k \pmod{m}$ yazılır ve

" a denktir k mod m " veya " a ve k , mod m ye göre denktir"

denir. Örneğin, $17 \equiv 2 \pmod{5}$ denklığı;

17 sayısının 5 ile bölümünden kalanın 2 olduğunu gösterir.

SORU-1

$$AB \equiv 7 \pmod{8}$$

denklğini sağlayan iki basamaklı en büyük AB sayısı

ÇÖZÜM

$$AB \equiv 7 \pmod{8}$$

$$AB = 7 + 8k$$

95

SORU-2

$$x \equiv 1 \pmod{7}$$

$$x = 1 + 7k$$

$$x \equiv 1 \pmod{5}$$

$$x = 1 + 5p$$

denkliklerini sağlayan iki basamaklı en büyük x doğal sayısı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$x = 1 + 7k = 1 + 5p$$

$$x - 1 = 7k = 5p$$

35

ÖZELLİKLER:

a, b, c, d tamsayı m pozitif tam sayı ve $m > 1$ için;

$$1. a \equiv b \pmod{m} \text{ ve } b \equiv c \pmod{m} \Rightarrow a \equiv c \pmod{m}$$

$$2. a \equiv b \pmod{m} \text{ ve } c \equiv d \pmod{m} \Rightarrow a + c \equiv b + d \pmod{m}$$

$$3. a \equiv b \pmod{m} \text{ ve } c \equiv d \pmod{m} \Rightarrow a \cdot c \equiv b \cdot d \pmod{m}$$

$$4. a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow a + c \equiv b + c \pmod{m} \text{ ve } a \cdot c \equiv b \cdot c \pmod{m}$$

$$5. a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow a^n \equiv b^n \pmod{m}$$

SORU-3

$$a \cdot b \equiv 4 \pmod{7}, \quad a - b \equiv 3 \pmod{7}, \quad a^2 + b^2 \equiv x \pmod{7}$$

denkliklerini sağlayan en küçük x doğal sayısı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$(a - b = 3 + 7k) \quad a^2 + b^2 = x + 7p$$

$$ab = 4 + 7n$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (3 + 7k)^2$$

$$x + 7p - 2(4 + 7n) = (3 + 7k)^2$$

$$x + 7p = (3 + 7k)^2 + 2(4 + 7n)$$

$$x + 7p = 9 + 14k + 8 + 28n$$

$$x = 17 + 14k$$

3

SORU-4

$7k + 4$ biçimindeki bir sayı 3 ile kalansız bölünebildiğine göre, 21 den küçük k pozitif tam sayıları kaç tanedir?

ÇÖZÜM

$$7k + 4 \equiv 0 \pmod{3} \quad (\text{YGS - 2011})$$

$$7k + 4 = 0 + 3p$$

$$7k + 4 = 3p$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

$$7k = 3p - 4$$

SORU-5

$$23x \equiv 14 \pmod{15}$$

ÇÖZÜM

$$23x \equiv 14 \pmod{15}$$

$$8x \equiv 14 \pmod{15}$$

$$16x \equiv 28 \pmod{15}$$

$$x \equiv 13 \pmod{15}$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

$$x = 13 + 15k$$

SORU-6

$$7x - 3 \equiv x + 1 \pmod{11}$$

ÇÖZÜM

$$7x - 3 \equiv x + 1 \pmod{11}$$

$$-x \equiv -x$$

$$6x - 3 \equiv 1$$

$$3 \equiv 3$$

$$6x \equiv 4$$

$$6x \equiv 4$$

$$6x \equiv 4$$

$$6x \equiv 4$$

$$6x \equiv 4$$

$$6x \equiv 4$$

$$6x \equiv 4$$

$$6x \equiv 4$$

$$6x \equiv 4$$

$$6x \equiv 4$$

$$6x \equiv 4$$

$$6x \equiv 4$$

$$6x \equiv 4$$

$$6x \equiv 4$$

$$6x \equiv 4$$

$$6x \equiv 4$$

$$6x \equiv 4$$

$$6x \equiv 4$$

$$6x \equiv 4$$

$$6x \equiv 4$$

$$6x \equiv 4$$

$$6x \equiv 4$$

$$6x \equiv 4$$

$$6x \equiv 4$$

SORU-7

$$5 - x \equiv x - 1 \pmod{7}$$

denklğini sağlayan x in en küçük iki basamaklı negatif değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$$4 / 2x \equiv 6 \pmod{7}$$

$$8x \equiv 24$$

$$x \equiv 3$$

$$x = 3 + 7k$$

$$x = 3 + 7k$$

$$x = 3 + 7k$$

$$x = 3 + 7k$$

$$x = 3 + 7k$$

$$x = 3 + 7k$$

$$x = 3 + 7k$$

$$x = 3 + 7k$$

$$x = 3 + 7k$$

$$x = 3 + 7k$$

$$x = 3 + 7k$$

$$x = 3 + 7k$$

$$x = 3 + 7k$$

$$x = 3 + 7k$$

$$x = 3 + 7k$$

$$x = 3 + 7k$$

$$x = 3 + 7k$$

$$x = 3 + 7k$$

$$x = 3 + 7k$$

$$x = 3 + 7k$$

$$x = 3 + 7k$$

SORU-8

$$6a + 7 \equiv 1 \pmod{a-1}$$

denklğini sağlayan a doğal sayıları kaç tanedir? ($a > 2$)

ÇÖZÜM

$$6a - 6 + 13 \equiv 1$$

$$6(a-1) + 13 \equiv 1$$

$$6(a-1) + 13 \equiv 1$$

$$6(a-1) + 13 \equiv 1$$

$$6(a-1) + 13 \equiv 1$$

$$6(a-1) + 13 \equiv 1$$

$$6(a-1) + 13 \equiv 1$$

$$6(a-1) + 13 \equiv 1$$

$$6(a-1) + 13 \equiv 1$$

$$6(a-1) + 13 \equiv 1$$

$$6(a-1) + 13 \equiv 1$$

$$6(a-1) + 13 \equiv 1$$

$$6(a-1) + 13 \equiv 1$$

$$6(a-1) + 13 \equiv 1$$

$$6(a-1) + 13 \equiv 1$$

$$12 \equiv$$