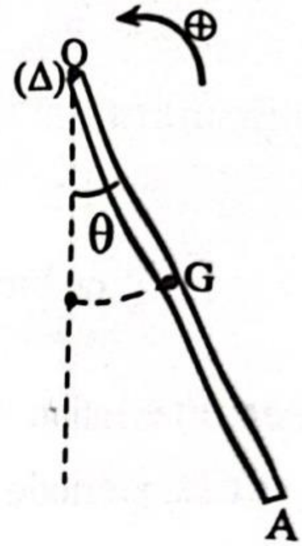
Prof Alaeddine ABIDA
Physique chimie
0696307274 - @alaeddine_pc

2bac PCF

Série : Le pendule pesant et p. Simple

Exercice 1 — Le pendule pesant

On considère un pendule pesant constitué d'une barre homogène, de masse $m = 100\ g$ et de longueur $L = OA = 1\ m$, pouvant tourner autour d'un axe (Δ) horizontal passant par O, appartenant à l'une de ses extrémités.



On néglige les frottements et on prend : $g = 9,8\ m.s^{-2}$.

On écarte le pendule de sa position d'équilibre d'un angle $\theta_m = 15°$, puis on l'abandonne sans vitesse initiale.

1) Montrer que les oscillations du pendule est harmonique.

2) Déterminer la période propre des oscillations.

3) Trouver l'équation horaire du mouvement sachant qu'à l'origine des dates le pendule passe par la position d'équilibre dans le sens négatif

4) Trouver sa vitesse et son accélération angulaires à la date $t = 0$.

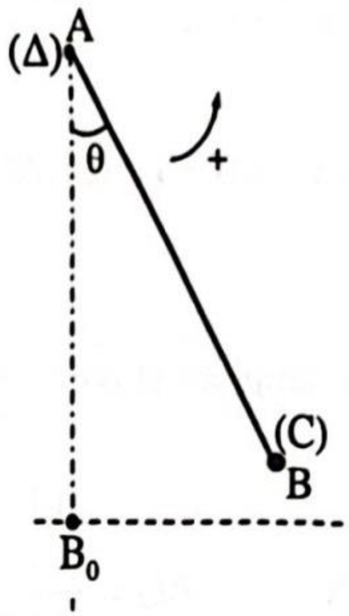
Donnée : Le moment d'inertie de la barre par rapport l'axe (Δ) passant l'une des deux extrémités est exprimé par : $J_\Delta = \frac{1}{3}mL^2$

Exercice 2 — Le pendule pesant

On considère une tige homogène de longueur $L = 1,2\ m$ et de masse $m_1 = 0,17\ kg$.

On fixe une bille (C), assimilable à un point matériel de masse $m_2 = 0,26\ kg$, à l'extrémité B de la tige.

2bac PCF — **Série : Le pendule pesant et p. Simple**



Le système $(S):\{(C), AB\}$, peut tourner sans frottement dans un plan vertical, autour d'un axe (Δ) horizontal qui passe par le point A.
On repère la position de (S) par l'angle θ que forme avec la position d'équilibre AB_0 (voir la figure).

Données :
le moment d'inertie de la tige seule par rapport à l'axe (Δ) :
$J_1 = 8.10^{-2} kg.m^2$;
et le moment d'inertie du système (S) : $J_\Delta = J_1 + m_2.L^2$.
$g = 10\ m.s^{-2}$.

1) Déterminer la position de G, centre de masse de l'ensemble (S).

2) On écarte le système (S) de sa position d'équilibre d'un angle $\theta_m = \frac{\pi}{20}$ rad et on l'abandonne sans vitesse initiale.

On considère l'énergie potentielle de pesanteur nulle lorsque la tige se trouve à sa position d'équilibre.
2-1) Trouver l'expression de l'énergie mécanique du système (S) en fonction de θ et $\dot{\theta}$. Calculer sa valeur lorsque (S) est à la position repérée par $\theta = \theta_m$.
2-2) En déduire l'équation différentielle des oscillations de (S). Quelle la nature du mouvement ?
2-3) Donner l'expression de la période propre des oscillations de (S) et calculer sa valeur.

2-4) Trouver la valeur absolue $|\dot{\theta}_1|$ de la vitesse angulaire lors de son passage par la position repérée de $\theta_1 = \dfrac{\pi}{40}$ rad.

2-5) En déduire la norme de la vitesse linéaire de la bille en passant par cette position.

Exercice 3 — Le pendule pesant

L'homme a utilisé les hologes depuis longtemps, il a inventé plusieurs types tel que : l'horloge solaire, l'horloge hydraulique, l'horloge à sable… jusqu'à ce que le savant Huygens inventa l'horloge murale en 1657.

Le fonctionnement de cette horloge dépend de son balancier, qu'on modélise par un pendule pesant, effectuant des petites oscillations libres sans frottements.

Le pendule étudié est constitué d'une barre homogène AB, de masse m = 0,203 kg, et de longueur AB = ℓ = 1,5 m, susceptible de tourner dans un plan vertical autour d'un axe horizontal (Δ), fixe et passant par son extrémité A (figure 1).

On étudie le mouvement du pendule dans un repère lié à la terre et supposé galiléen.

On repère à chaque instant le pendule par son abscisse angulaire θ.

Le moment d'inertie de la barre par rapport à l'axe (Δ) est : $J_\Delta = \frac{1}{3} m \ell^2$.

On admet que dans le cas des petites oscillations que : $\sin\theta \approx \theta$ avec θ en rad.

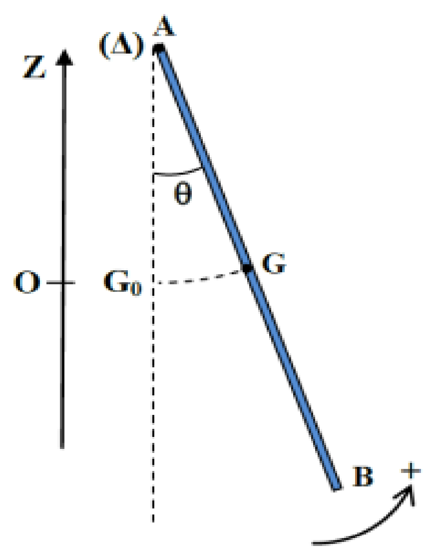


Figure 1

On désigne l'intensité de pesanteur par la lettre g.

On écarte le pendule de sa position d'équilibre stable d'un petit angle θ_m dans le sens positif, et on le lâche sans vitesse initiale à un instant choisi comme origine des temps.

1- Etude dynamique du pendule pesant :

1-1- Par application de la relation fondamentale de la dynamique de rotation, établir l'équation différentielle du mouvement du pendule.

1-2- Préciser la nature du mouvement du pendule pesant, et écrire son équation horaire $\theta(t)$ en fonction de t, θ_m et la periode propre T_0.

1-3- Montrer que l'expression de la période propre T_0 est : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2\ell}{3g}}$.

1-4- Calculer la valeur de la longueur L du pendule simple synchrone au pendule pesant étudié.

2- Etude énergétique du pendule pesant :

On choisit le plan horizontal contenant le point G_0, position du centre de gravité G de la barre à la position d'équilibre stable, comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur ($E_{PP} = 0$).

La figure 2 représente les variations de l'énergie potentielle de pesanteur $E_{PP}(\theta)$ du pendule étudié dans l'intervalle $[-\theta_m, \theta_m]$.

Par exploitation du diagramme d'énergie :

2-1- Donner la valeur de l'énrgie mécanique E_m du pendule.

2-2- Trouver la valeur absolue de la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ du pendule au passage par la position repérée par l'abscisse angulaire : $\theta = \frac{2}{3}\theta_m$.

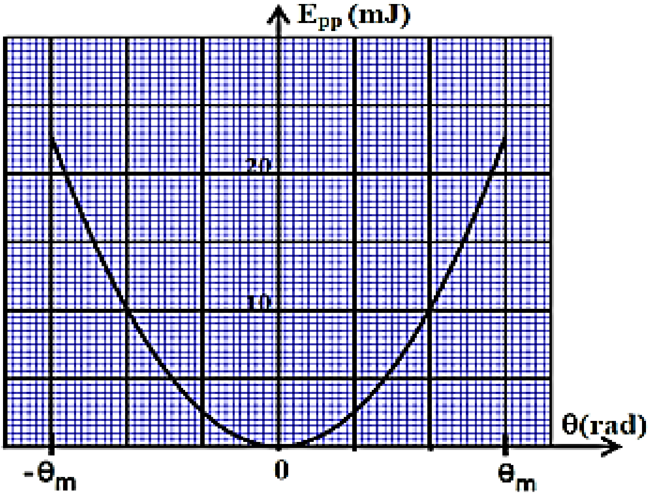


Figure 2

Prof Alaeddine ABIDA
Physique chimie
0696307274 - @alaeddine_pc

Exercice 4 Le pendule pesant

Les oscillateurs sont utilisés dans plusieurs domaines d'industrie, et quelques appareils de sport, de jeux et autres. Parmi ces oscillateurs, la balançoire considérée comme pendule.

Un enfant se balance à l'aide d'une balançoire constituée d'une barre utilisé comme siège, suspendue à l'aide de deux câbles fixés à un support fixe.
On modélise le système {Enfant + Balançoire} par un pendule simple constitué d'un :

- Câble inextensible, de masse négligeable, et de longueur ℓ ;
- Solide (S) de masse m.

Le pendule est susceptible de tourner autour d'un axe horizontal fixe (Δ) perpendiculaire au plan vertical.
Le moment d'inertie du pendule par rapport à l'axe (Δ) est : $J_\Delta = m\ell^2$.

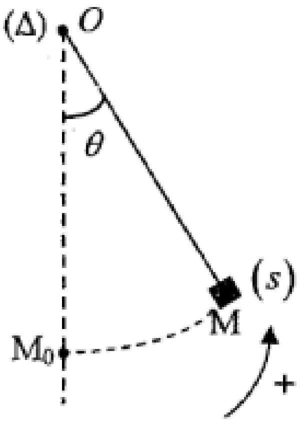
Données :

- $\ell = 3$ m , $m = 18$ kg , $g = 9{,}8$ m.s^{-2} (Intensité de pesanteur)
- On prendra dans le cas de petites oscillations : $\sin\theta \approx \theta$ et $\cos\theta \approx 1-\dfrac{\theta^2}{2}$ (θ en rad)
- On néglige les dimensions de (S) par rapport à la longueur du fil, ainsi que tous les frottements.

1- Etude dynamique du pendule :

On écarte le pendule de sa position d'équilibre d'un angle $\theta_m = \dfrac{\pi}{20}$ dans le sens positif, et on l'abandonne sans vitesse initiale à l'instant t = 0.

On repère la position du pendule à un instant t par son abscisse angulaire θ entre le pendule et la verticale passant par O, tel que $\theta = (\overrightarrow{OM_0}, \overrightarrow{OM})$ (voir figure).



1-1- Par application de relation fondamentale de la dynamique de rotation autour d'un axe fixe, montrer que l'équation différentielle du mouvement du pendule dans un repère galiléen lié à la terre s'écrit sous la forme : $\ddot{\theta} + \dfrac{g}{\ell}\theta = 0$.

1-2- Calculer la valeur de la période propre T_0 du pendule.

1-3- Ecrire l'équation horaire du mouvement du pendule.

1-4- Par application de la deuxième loi de Newton, et sa projection sur les axes du repère de Freinet, exprimer l'intensité T de la tension du câble à l'instant t en fonction de : m, g, θ, ℓ et v (Vitesse linéaire du solide (S)).

Calculer la valeur de T à l'instant $t = \frac{T_0}{4}$.

2- <u>Etude énergétique :</u>

On communique au pendule précédent initialement au repos à t = 0, une énergie cinétique de valeur $E_C = 264,6$ J, qui le fait tourner dans le sens positif.

2-1- Ecrire l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} du pendule à un instant t en fonction de θ, m, ℓ et g.

Le plan horizontal passant par M_0 et choisi comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur.

2-2- A l'aide d'une étude énergétique, déduire la valeur maximale θ_m de l'abscisse angulaire.

Exercice 5 Le pendule pesant

Un système (S) de masse $M = 0,5$ kg est constitué d'une tige MN homogène de longueur $L = 40$ cm solidaire à une poulie de rayon $r = 10$ cm .

On constitue avec le système (S) un pendule pesant. Le système peut tourner sans frottement autour d'un axe (Δ') horizontal passant par son extrémité M (figure 3). On désigne par $J_{\Delta'}$ le moment d'inertie de (S) par rapport à (Δ').

On écarte (S) de sa position d'équilibre d'un angle θ_m et on l'abandonne sans vitesse initiale à l'instant $t_0 = 0$. On mesure la durée Δt de 10 oscillations pour différentes valeurs de l'angle θ_m.

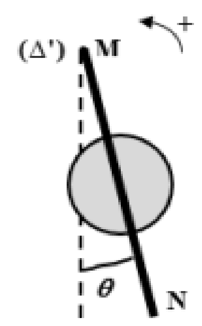


Figure (3)

Les résultats obtenus sont donnés dans le tableau suivant :

θ_m (en degré)	5	8	10	12	15	20	30	40	50	60
Δt (s)	10,00	10,00	10,00	10,00	10,02	10,04	10,10	10,15	10,24	10,34

1. Que peut-on déduire de ces résultats ?

2. En appliquant la relation fondamentale de la dynamique de rotation au système (S), montrer que l'équation différentielle du mouvement de (S) s'écrit : $\ddot{\theta}+\frac{M.g.L}{2.J_{\Delta'}}.\sin\theta=0$.

3. Exprimer la période propre T_0 pour des oscillations de faible amplitude.

4. Calculer la valeur de $J_{\Delta'}$ (on prend $\pi^2=10$).

5. Le pendule effectue des oscillations de faible amplitude $(\theta_m=\frac{\pi}{20})$. On choisit le plan horizontal contenant le centre d'inertie du système (S) à l'état d'équilibre comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur.

La figure (4) représente les variations en fonction du temps de l'énergie potentielle de pesanteur E_{PP} et de l'énergie cinétique E_C du pendule.

5.1. Identifier la courbe qui correspond à E_{PP} . Justifier.

5.2. Déterminer la valeur de l'énergie mécanique E_m du pendule.

5.3. Calculer la valeur de la vitesse angulaire $\dot{\theta}_1$ du pendule à l'instant $t_1=1,75$ s .

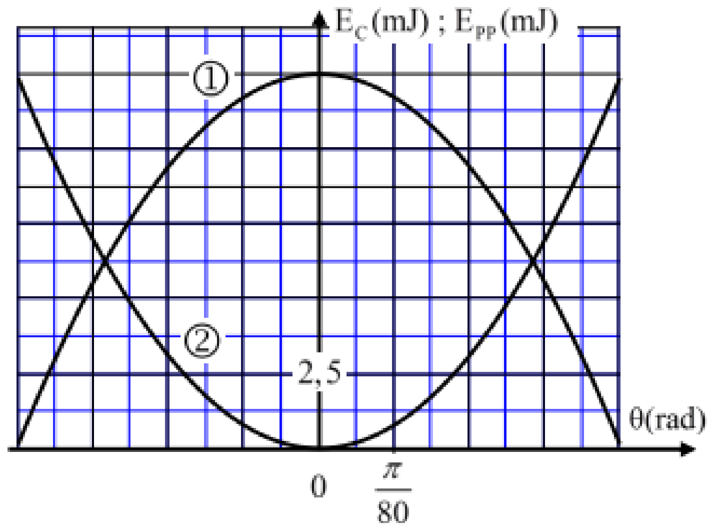
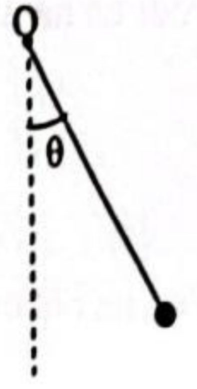


Figure (4)

Exercice 6 Le pendule simple

Une bille, de masse $m = 10$ g et de dimensions négligeables, est attachée à l'une des extrémités d'un fil indilatable, de longueur $L = 1$ m et de masse négligeable. L'autre extrémité du fil est accrochée à un support.
On obtient ainsi un pendule simple.
On écarte le pendule de sa position d'équilibre verticale d'un angle $\theta_m = 10°$, puis on le lâche sans vitesse initiale à $t = 0$.



1) Trouver l'équation différentielle du mouvement.
2) En déduire la période propre de ce mouvement.
3) Écrire son équation horaire.
4) Calculer la tension du fil :
a) au passage du pendule par la position d'équilibre ;
b) lorsqu'il se trouve dans la position d'élongation maximale.
Comparer et conclure.
On prendra : $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$.
Pour la bille pouvant tourner autour du point O, on prend : $J_O = mL^2$.

Exercice 7 — Le pendule pesant

Un enfant oscille à l'aide d'une balançoire (figure2).

On modélise la balançoire avec l'enfant par un pendule formé par un corps solide (S) de masse m et de centre d'inertie G , suspendu en un point O par une tige rigide, de masse négligeable et de longueur ℓ pouvant effectuer un mouvement de rotation dans un plan vertical autour d'un axe horizontal (Δ) passant par O (figure 3) . On étudie le mouvement du pendule dans un repère $(G_0;\vec{k})$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen.

Figure 2

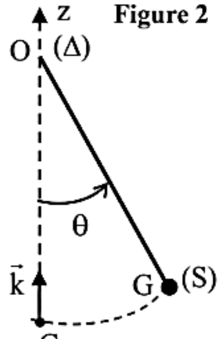


Figure 3

On écarte le pendule de sa position d'équilibre stable d'un angle petit $\theta_0 = 9°$, dans le sens positif, puis on le lâche sans vitesse initiale à l'instant de date $t_0 = 0$.

On repère la position du pendule à un instant de date t par l'abscisse angulaire θ .

On néglige tous les frottements et on choisit le plan horizontal passant par G_0 (position de G à l'équilibre stable) comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur $(E_{pp} = 0)$.

Données :

- Le moment d'inertie du pendule par rapport à l'axe de rotation (Δ) est : $J_\Delta = m\ell^2$;

- Pour les oscillations de faible amplitude, on prend $\cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$; θ en radian.

1- Montrer que l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur du pendule à un instant t pour les oscillations de faible amplitude est : $E_{pp} = \frac{1}{2} mg\ell\theta^2$

2- En exploitant la conservation de l'énergie mécanique du pendule :

2-1- Déterminer la vitesse angulaire maximale $\dot{\theta}_{max}$ du centre d'inertie G.

2-2- Etablir l'équation différentielle du mouvement vérifiée par l'abscisse angulaire $\theta(t)$.

3- Calculer la période propre de ce pendule sachant qu'il est analogue à un pendule simple de longueur ℓ et de masse m.

Prof Alaeddine ABIDA
Physique chimie

0696307274 - @alaeddine_pc

Exercice 8 Le pendule simple

Pour étudier quelques lois physiques régissant le mouvement d'un pendule simple, considéré comme cas particulier du pendule pesant, une enseignante utilise avec ses élèves un pendule simple constitué de :

- Un fil inextensible de longuur ℓ et de masse négligeable ;
- Une bille sopposée ponctuelle, de masse $m = 0,1$ kg ;

A l'instant $t = 0$, un élève écarte le pendule de sa position d'équilibre d'un petit angle θ_m, et il le libère sans vitesse initiale. A l'aide d'une caméra numérique, une élève enregistre la bille au cours de son mouvement.

Le mouvement du pendule s'effectue dans un plan vertical, autour d'un axe fixe (Δ), horizontal et passant par l'extrémité O du fil.

La position du pendule est repérée, à tout instant, par l'abscisse angulaire θ. (Figure 2)

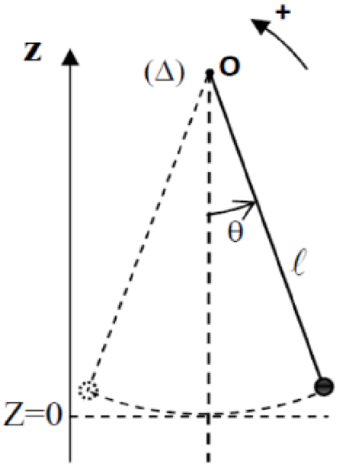


Figure 2

- On néglige tous les frottements ;
- On prendra $g = 10\ m.s^{-2}$;
- Le plan horizontal passant par la position d'équilibre de la balle est choisi comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur E_{PP}.
- L'étude du mouvement se fait dans un repère terrestre supposé galiléen.

Après traitement informatique du film, l'enseignante obtient les deux courbes $E_{PP}(t)$ et $\theta(t)$ représentées sur la figure 3.

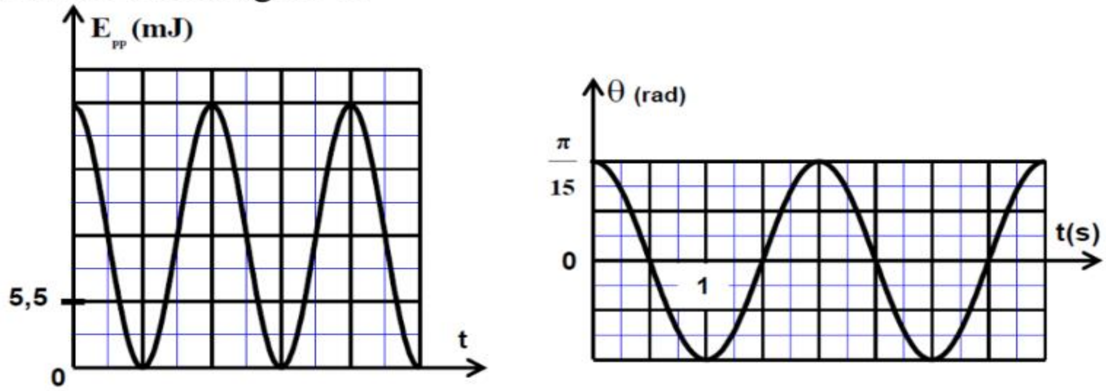


Figure 3

1- Déterminer graphiquement, la valeur de l'angle maximal θ_m et celle la période T_0 de l'oscillateur.

2- Choisir, par analyse dimensionnelle, l'expression juste, parmi les deux expressions suivantes : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{g}{\ell}}$ et $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$.

3- Calculer la longueur ℓ du pendule simple étudié.

4- En exploitant le diagramme d'énergie, déterminer :

4-1- L'éneregie mécanique E_m du pendule simple.

4-2- La valeur absolue de la vitesse linéaire de la bille au passage par sa position d'équilibre.