



DEVOIR DE CONTRÔLE N°03 – Bac sciences Physique

DURÉE : 03 HEURES – Samedi 20-04-2024

✓ Le sujet se compose de deux exercices et d'un problème :

- Un exercice sur le calcul des probabilités.
- Un exercice sur les nombres complexes.
- Un problème de synthèse d'analyse.



○ Exercice n°01 : (04pts)

⇒ Une urne contient 4 boules blanches 3 noires et 2 rouges tous indiscernables au toucher.

On tire de cette urne au hasard 2 boules successivement et sans remise.

Soient les événements suivants :

A « la première boule tirée est rouge » ; B « la deuxième boule tirée est blanche »
et C « parmi les deux boules tirées il y a au moins une boule noire »

0,75

2

0,75+0,5

1)- a)- Montrer que : $p(A \cap B) = \frac{1}{9}$.

b)- Calculer $p(A)$ et $p(B)$, puis en déduire que : $p(A \cup B) = \frac{5}{9}$.

2)- Calculer $p(\bar{C})$, puis en déduire $p(C)$.

○ Exercice n°02 : (04pts)

0,75

1)- Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $z^2 - 2z + 2 = 0$.

⇒ Le plan complexe (P) est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les points A ; B et C d'affixes respectifs :

$$z_A = 1 + i ; z_B = 1 - i \text{ et } z_C = 2z_B.$$

0,75

2)- Montrer que A ; B et C appartient au cercle (Γ) de centre I (3) et de rayon $\sqrt{5}$.

0,75

3)- Ecrire $\frac{z_C - 3}{z_A - 3}$ sous forme trigonométrique, puis en déduire la nature du triangle IAC.

4)- On désigne par E l'image de O par la translation T de vecteur $\vec{w} = 2\vec{IC}$.

Soit D l'image de E par la rotation R de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

1

a)- Déterminer z_E , puis montrer que : $z_D = 4 - 2i$.

0,75

b)- Calculer $\frac{z_C - z_D}{z_B - z_A}$ sous forme algébrique, puis en déduire que :

$$AB = CD \text{ et que : } (AB) \perp (CD).$$

○ Problème : (12pts)

I- Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (x+1)e^{-x} - 1.$$

0,75

1)- Calculer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. Puis interpréter géométriquement le résultat obtenu.

1

2)- Montrer que : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$. Puis en déduire que (C_f) admet au voisinage de $-\infty$ une branche parabolique dont on déterminera la direction.

0,5

3)- a)- Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}); f'(x) = -xe^{-x}$.

b)- Dresser le tableau de variation de f en justifiant la réponse.

0,5
0,75

4)- a)- Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}); f''(x) = (x-1)e^{-x}$.

b)- Etudier la concavité de (C_f) et déterminer l'abscisse de son point d'inflexion.

0,5
0,75

5)- a)- Vérifier que : $(\forall x \in \mathbb{R}); f(x) - x = (x+1)(e^{-x} - 1)$.

b)- Etudier la position de (C_f) par rapport à la droite (Δ) d'équation : $y = x$.

1,5

6)- Construire (C_f) dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

0,75

7)- a)- En utilisant une intégration par parties, calculer : $I = \int_0^{\ln(3)} x.e^{-x} dx$.

0,75

b)- En déduire en cm^2 l'aire du secteur délimité par la courbe (C_f) et les droites d'équations : $y = -1$; $x = 0$ et $x = \ln(3)$.

0,5

8)- Soit g la restriction de f à l'intervalle $]-\infty; 0]$.

a)- Justifier que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur $]-\infty; 0]$.

0,75

b)- Montrer que g^{-1} est dérivable en -1 et déterminer $(g^{-1})'(-1)$.

1

9)- Construire la courbe $(C_{g^{-1}})$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

II- On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$u_0 = \frac{-1}{2} \text{ et } (\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} = f(u_n).$$

0,5

1)- Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}); -1 < u_n < 0$.

0,75

2)- Etudier la monotonie de $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$, puis justifier qu'elle est convergente.

0,75

3)- Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ en justifiant soigneusement la réponse.



Fin Du Sujet