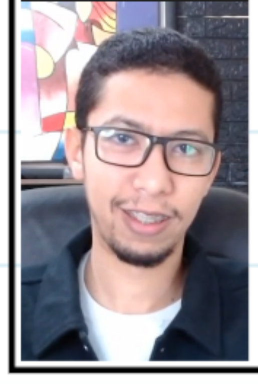

ZAKARIA
Bouicha
WtSp: 0617074062

Le calcul trigonométriques

1 Bac Sm (Série 1)

Ajitfham Academy
zakaria bouicha

Exercice 1 :

Soit x un nombre réel et on considère l'expression : $A(x)=\cos(3x)-3\sin x+3\sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$

1) Calculer $\cos(3x)$ et $\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ en fonction de $\cos x$ et $\sin x$.

2) En déduire une expression simplifiée du nombre $A(x)$.

3) Résoudre dans l'intervalle $I=[0;2\pi]$ l'équation $A(x)=\frac{1}{2}$.

4) Résoudre dans l'intervalle $J=[-\pi;\pi]$ l'inéquation $A(x)\leq\frac{1}{2}$.

Exercice 2 :

On pose : $A(x)=8\sin(x)\cos(x)\cos(2x)\cos(4x)$ où x est un nombre réel.

1) Montrer que : $A(x)=\sin(8x)$.

2) a) Vérifier que : $\sin\frac{8\pi}{7}=-\sin\frac{\pi}{7}$

b) En déduire que : $\cos(\frac{\pi}{7})\cos(\frac{2\pi}{7})\cos(\frac{4\pi}{7})=-\frac{1}{8}$.

3) Montrer que : $\cos(\frac{\pi}{9})\cos(\frac{2\pi}{9})\cos(\frac{4\pi}{9})=\frac{1}{8}$

Exercice 3 :

Soit α un réel de l'intervalle $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ tel que : $\sin\alpha=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$.

1) Montrer que $\cos\alpha=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$.

2) Vérifier que $\cos(2\alpha)=\frac{\sqrt{2}}{2}$ puis en déduire la valeur de α.

3) Pour tout $x\in\mathbb{R}$, on pose : $C(x)=\left(2+\sqrt{2}\right)\cos x+\sqrt{2}\sin x$.

a) Montrer que : $C(x)=2\sqrt{2+\sqrt{2}}\left(\cos\alpha.\cos x+\sin\alpha.\sin x\right)$.

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $C(x)=\sqrt{2+\sqrt{2}}$.

EX 5 :

Pour tout réel x de l'intervalle $I=\left[0;\frac{\pi}{4}\right[$, on pose :

$$A(x)=\frac{\cos x+\sin x}{\cos x-\sin x}$$

1) Démontrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$:
$$(\cos x+\sin x)^2=1+\sin 2x.$$

2) a) Montrer que pour tout $x\in\left[0;\frac{\pi}{4}\right[$:
$$A(x)=\frac{1+\sin 2x}{\cos 2x}$$

b) En déduire que : $A\left(\frac{\pi}{8}\right)=1+\sqrt{2}$

3) a) Montrer que pour tout $x\in\left[0;\frac{\pi}{4}\right[$:
$$A(x)=\frac{1+\tan x}{1-\tan x}.$$

b) En déduire que : $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)=\sqrt{2}-1$

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$: $(E):\cos x-\left(\sqrt{2}-1\right)\sin x=1$.

Ex6 :

On considère l'équation suivante :

$$(E):\ \tan\left(\frac{\pi}{4}-x\right)+\tan\left(\frac{\pi}{4}+x\right)=2\sqrt{2}$$

1) Déterminer D_E ensemble de définition de (E).

2) a) Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$:
$$\cos(2x)=2\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}+x\right)$$

b) En déduire que pour tout $x\in D_E$:
$$\tan\left(\frac{\pi}{4}-x\right)+\tan\left(\frac{\pi}{4}+x\right)=\frac{2}{\cos(2x)}$$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E).

Ex 7 :

1) Soit a et b deux réels de l'intervalle $\left]0;\frac{\pi}{2}\right[$ tels que :
$$\tan a=\frac{1}{2}\quad \text{et}\quad \tan b=\frac{1}{3}$$
Calculer $\tan(a+b)$ et en déduire $a+b$.

2) Soit x et y deux réels de l'intervalle $]0;\pi[$ tels que :
$$x+y=\frac{2\pi}{3}\quad \text{et}\quad \tan x+\tan y=3\sqrt{3}$$
Calculer $\tan x$ et $\tan y$.

3) Soit α et β deux réels tels que :
$$\tan\alpha=\frac{1}{5}\quad \text{et}\quad \tan\beta=\frac{1}{239}$$
Calculer $\tan(4\alpha-\beta)$.