الإمتحان التجريبي للباكالوريا المسالك الدولية

الدورة العادية 2022

- الموضوع 03 -

ssssssssssssssssssssssss | SN F23

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓ
ⴷ ⵓⵙⵍⵎⴷ ⴰⵎⵣⵡⴰⵔⵓ ⴷ ⵜⵓⵏⵏⵓⵏⵜ

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم الأولي والرياضة

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3h
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسي)	المعامل	7

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de couleur rouge de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème indépendant entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques	3 points
Exercice 2	Calcul de probabilités.	3 points
Exercice 3	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 4	Nombres complexes.	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique, calcul intégral	8 points

- ✓ On désigne par $\bar{z}$ le conjugué du nombre complexe z et par $|z|$ son module.
- ✓ ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 : (3 points)

Soit (u_n) une suite numériques définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 1 - \frac{9}{u_n+5}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,5 **1)** – **a** – Montrer par récurrence que $u_n > -2$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,5 **b** – Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est strictement décroissante, en déduire qu'elle est convergente.

2) – On pose : $v_n = \frac{1}{u_n+2}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,5 **a** – Montrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique da raison $\frac{1}{3}$.

0,5 **b** – Déterminer v_n en fonction de n puis déduire u_n en fonction de n pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,25 **c** – Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

0,75 **d** – Montrer que : $u_0v_0 + u_1v_1 + \dots + u_nv_n = \frac{1}{3}(1-n^2)$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

Exercice 2 : (3 points)

On considère un dé cubique équilibré à six faces dont deux portent le chiffre 1 et les autres portent le chiffre 2.
On dispose de deux urnes U_1 et U_2 contenant des boules indiscernables au toucher.

- L'urne U_1 contient une boule blanche et trois boules rouges.
- L'urne U_2 contient deux boules blanches et deux boules rouges.

Une épreuve consiste à lancer une fois le dé : Si la face supérieure porte le chiffre 1, on tire au hasard une boule de l'urne U_1 ; si la face supérieure porte le chiffre 2, on tire au hasard une boule de l'urne U_2 .

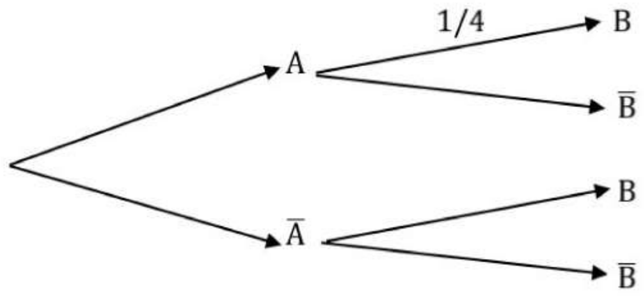
On considère les événements suivants :

A : « La face supérieure du dé porte le chiffre 1 ».

B : « Tirer une boule blanche ».

0,25 **1)** – **a** – Montrer que : $p(A) = \frac{1}{3}$.

0,5 **b** – Recopier et compléter l'arbre des pondéré ci-contre.



0,25 **2)** – **a** – Montrer que : $p(B) = \frac{5}{12}$.

0,5 **b** – Sachant que l'on tire une boule blanche, quelle est la probabilité qu'elle provienne de l'urne U_2 ?

3) – On répète l'épreuve cinq fois de suite en remettant à chaque fois la boule tirée dans son urne.
Soit X la variable aléatoire égale au nombre de boules blanches obtenues.

0,75 **a** – Donner la loi de probabilité de X .

0,25 **b** – Calculer la probabilité d'obtenir une seule fois une boule blanche.

0,5 **c** – Soit q la probabilité d'obtenir au moins une boule rouge. Calculer q.

	***Exercice* 3 : (3 points)**
	L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,;\vec{k})$.
	On considère les points $A(2\,;2\,;1)$, $B(0\,;-2\,;4)$ et $B(2\,;0\,;-4)$.
0,5	**1)** – **a** – Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{OB}\wedge\overrightarrow{BC}$.
0,25	**b** – On note (P) le plan (OBC) . En remarquant que $\overrightarrow{OB}\wedge\overrightarrow{BC}=4.\overrightarrow{OA}$, justifier que la droite (OA) est perpendiculaire au plan (P) en O.
0,25	**c** – Montrer que : $d(O,(BC))=\sqrt{2}$.
	2) – Soit $(\mathcal{S})$ l'ensemble des points $M(x\,;y\,;z)$ de l'espace où $x^2+y^2+z^2-4x-4y-2z-2=0$.
0,5	**a** – Montrer que $(\mathcal{S})$ est la sphère de centre A et de rayon $R=\sqrt{11}$.
0,5	**b** – Calculer la distance OA. En déduire que le plan (P) coupe la sphère $(\mathcal{S})$ suivant un cercle $(\mathcal{C})$ de centre O et de rayon $r=\sqrt{2}$.
0,25	**c** – Montrer que la droite (BC) est tangente au cercle $(\mathcal{C})$.
	3) – On considère le point $H(1\,;-1\,;0)$ dans l'espace.
0,25	**a** – Montrer que H est le point de contact de la droite (BC) et le cercle $(\mathcal{C})$.
0,5	**b** – Déterminer une équation cartésienne du plan (Q) tangente à $(\mathcal{S})$ en H.
	***Exercice* 4 : (3 points)**
0,5	**I** – Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation : $(z-i)(z^2-4z+5)=0$.
	II – Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O\,;\vec{u}\,;\vec{v})$.
	On considère les points A , B et C d'affixes respectifs : $z_A=i$, $z_B=2-i$ et $z_C=2+i$.
0,5	**1)** – Ecrire le nombre $\frac{z_C-z_A}{z_C-z_B}$ sous la forme exponentielle, en déduire la nature du triangle ABC .
	2) – Pour tout nombre complexe z différent de $2+i$, on pose : $f(z)=\frac{iz-1-2i}{2z-4-2i}$.
0,5	**a** – Déterminer (E) l'ensemble des points M du plan d'affixe z_M qui vérifie : $\lvert f(z_M)\rvert=\frac{1}{2}$.
0,25	**b** – Montrer que le nombre $[f(i)]^{1444}$ est un nombre réel positif.
	3) – On considère la rotation r de centre C et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
0,75	**a** – Déterminer z_D l'affixe du point D qui est l'image du point B par la rotation r et montrer que les points D , A et C sont alignés .
0,5	**b** – Montrer que le point D est l'image du point A par une transformation à déterminer.
	***Problème* : (8 points)**
	<u>Partie I :</u>
	Soit g une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=2+(x-1)e^{-x}$.
0,5	**1)** – Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$.
1	**2)** – Etudier les variations de la fonction g sur $\mathbb{R}$ et donner son tableau de variations.
0,5	**3)** – Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une seule solution α telle que : $-0{,}38<\alpha<-0{,}37$. En déduire le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$.

	Partie II : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$ Soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$. (unité 1 cm)
0,5	**1)** – **a** – Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
0,5	**b** – Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\big(f(x) - (2x+1)\big)$ et interprété graphiquement le résultat.
0,5	**c** – Etudier la position relative de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ et la droite (Δ) où : (Δ) : $y = 2x + 1$.
0,5	**2)** – **a** – Montrer que $f'(x) = g(x)$ pour tout x dans $\mathbb{R}$.
0,5	**b** – Etudier les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$ et donner son tableau de variations.
0,25	**3)** – Donner l'équation de la droite (T) tangente à $(\mathcal{C}_f)$ en $x_0 = 1$.
1,25	**4)** – Construire la courbe $(\mathcal{C}_f)$ et les deux droites (Δ) et (T). (on prend : $\alpha \approx -0{,}375$ et $f(\alpha) = 0{,}8$)
0,5	**5)** – Discuter, suivant les valeurs du paramètre réel m, les solutions et le signe de l'expression : $x = (1-m)e^{x}$ où x est l'inconnue.
0,75	**6)** – **a** – Donner la fonction primitive de la fonction $x \longmapsto xe^{-x}$ sur $\mathbb{R}$ qui s'annule en $x = 1$. (en utilisant l'intégration par partie).
0,75	**b** – Calculer le nombre $\mathcal{A}$ l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe $(\mathcal{C}_f)$ et les droites d'équations : $x = 1$, $x = 3$ et $y = 2x + 1$.