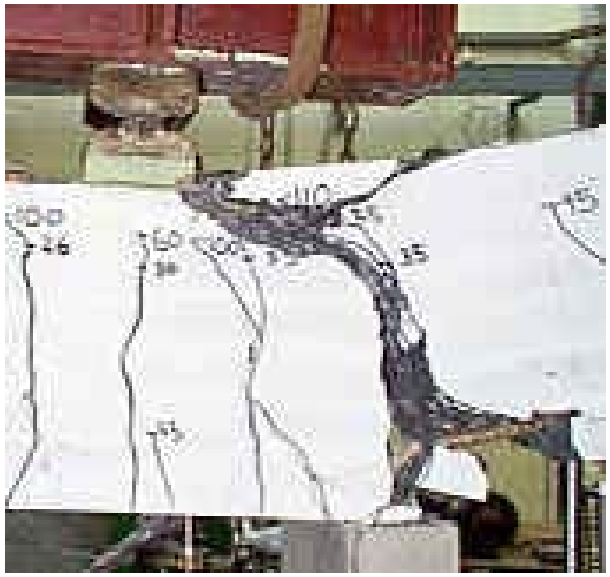
5

Reinforced Concrete Design II

Shear in Beam



- Shear Stress in Beam
- Shear Strength of Concrete Section
- Design for Shear (SDM)
- Design Example

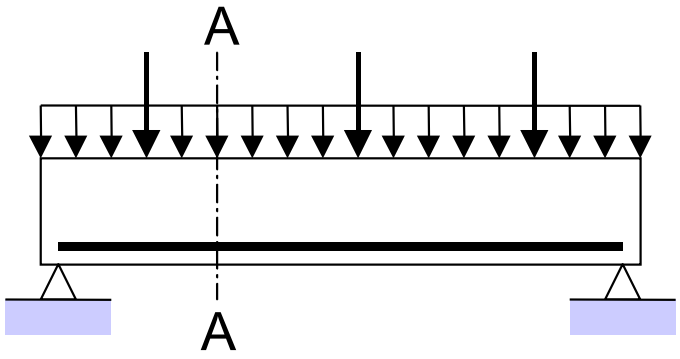
Mongkol JIRAVACHARADET

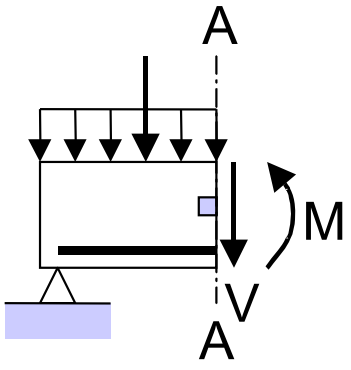
SURANAREE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

INSTITUTE OF ENGINEERING

SCHOOL OF CIVIL ENGINEERING

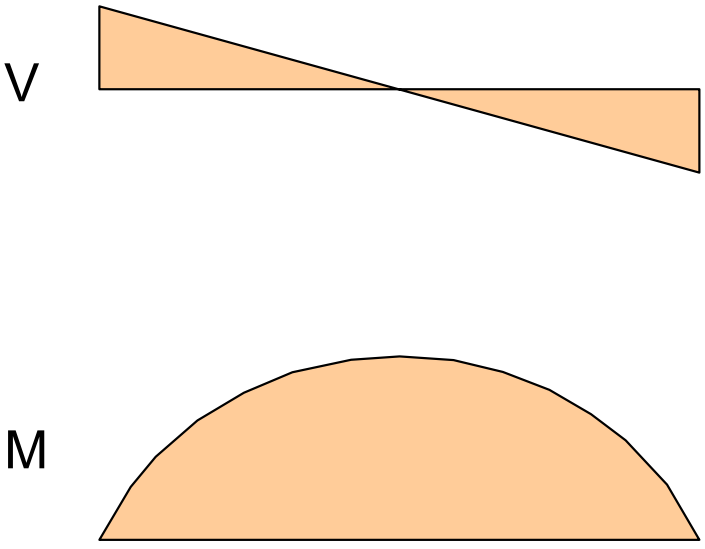
Shear and Diagonal Tension

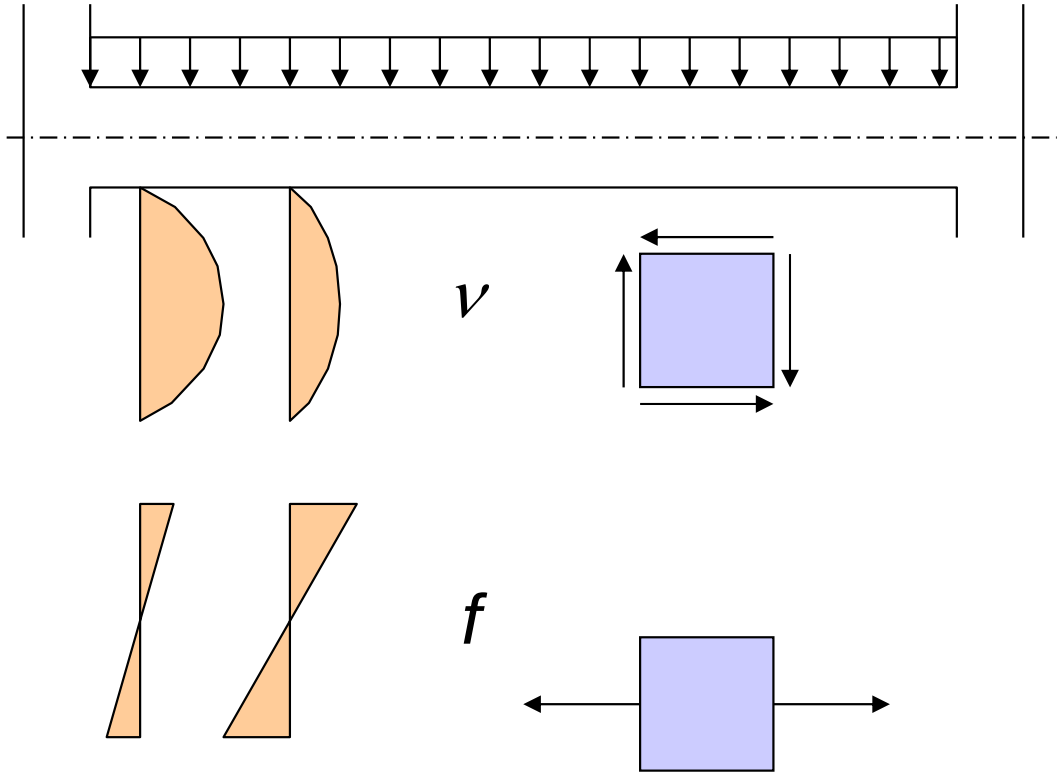




Shear stress $\nu = \frac{VQ}{It}$

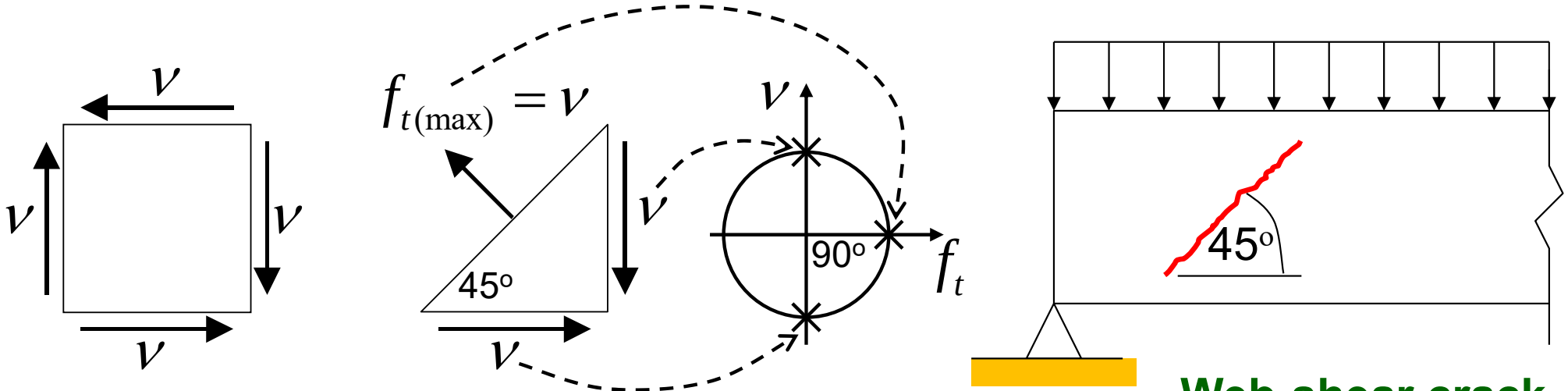
Bending stress $f = \frac{Mc}{I}$





Shear Flexure Effects

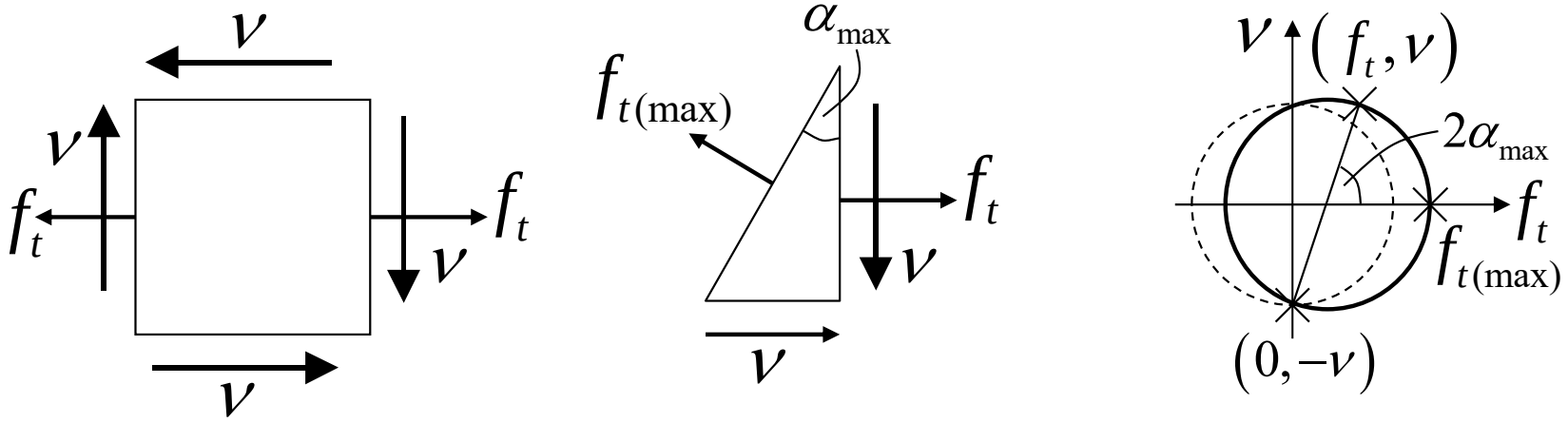
Pure shear at neutral axis:



Web-shear crack

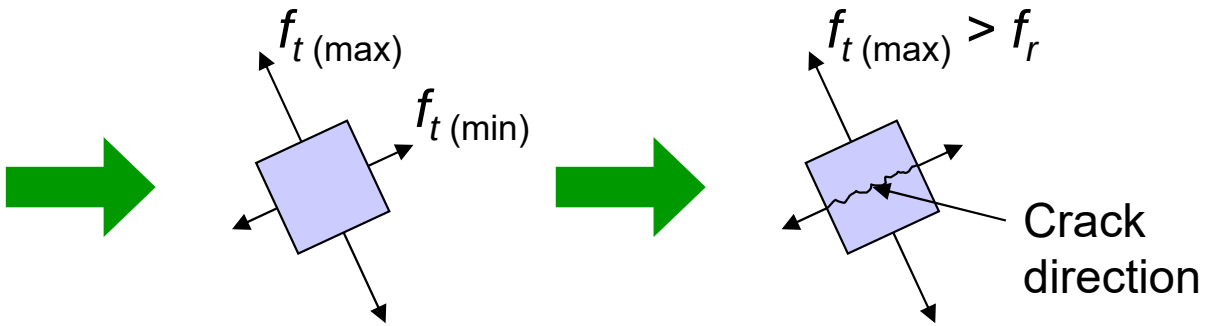
Below neutral axis:

Combination of shear stress and tensile stress

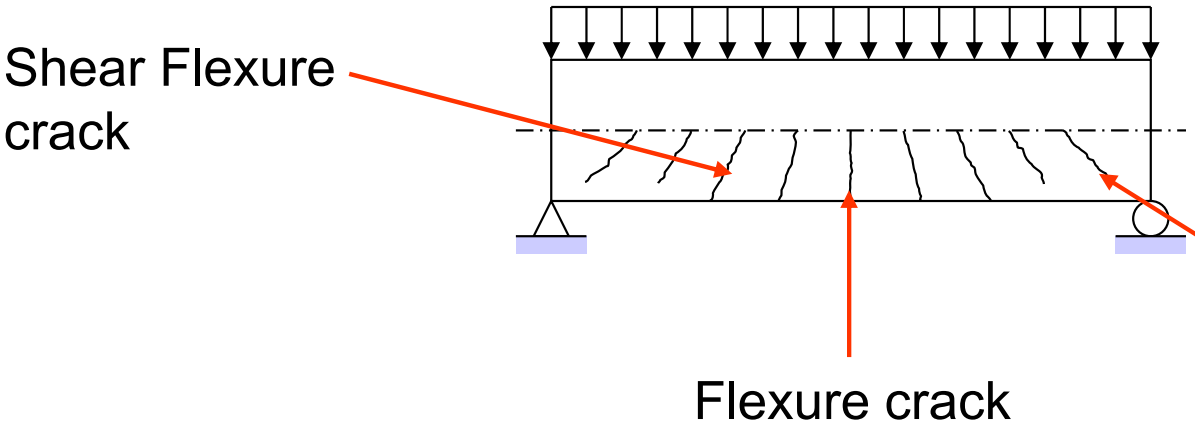


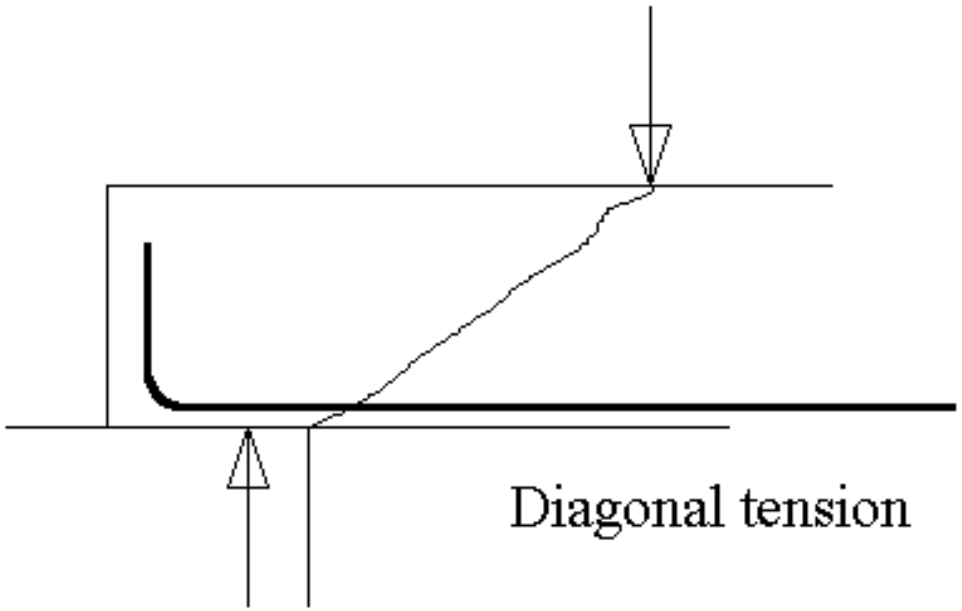
Principal stress:

$$f_{t(\max)} = \frac{f_t}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{f_t}{2}\right)^2 + v^2}$$

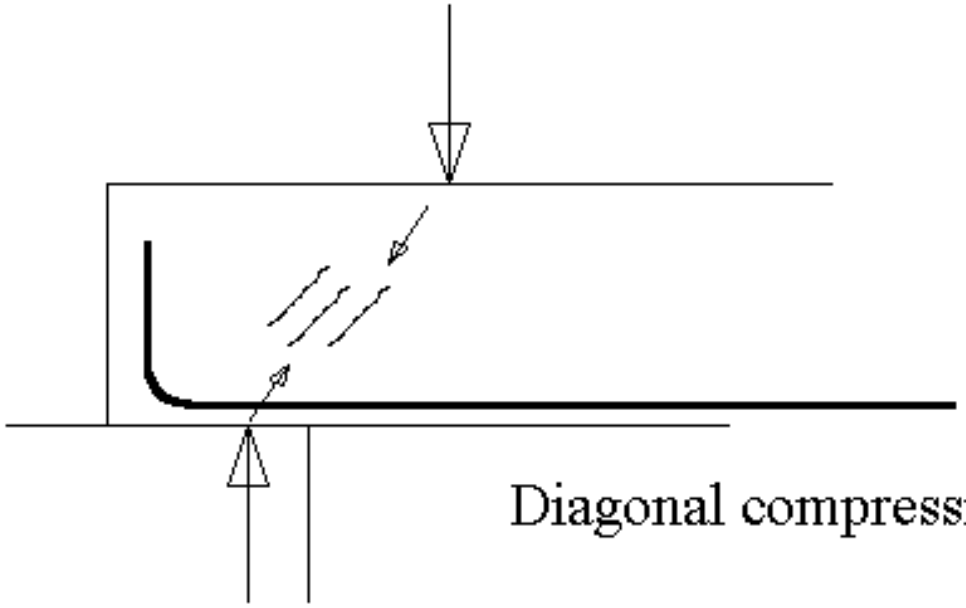


Typical cracking due to principal tension



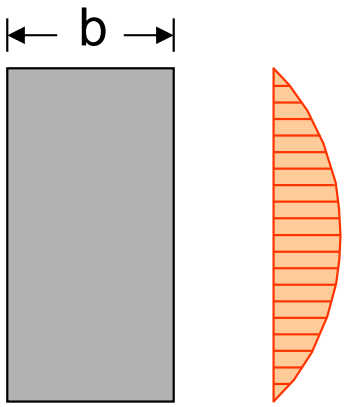


Diagonal tension



Diagonal compression

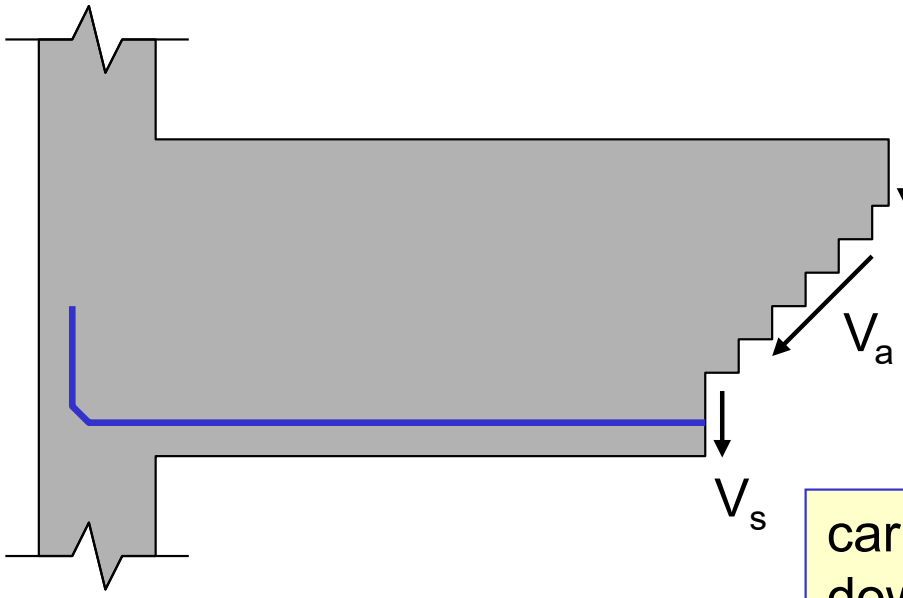
Shear Stresses



shear stress distribution

$$\nu_{max} = \frac{V Q_{max}}{b I} \quad \text{approximate} \quad \nu = \frac{V}{b d}$$

Shear Capacity Mechanism



carried by compression

carried by friction aggregate interlocking

V_c = (shear) concrete resistance

carried by dowel action

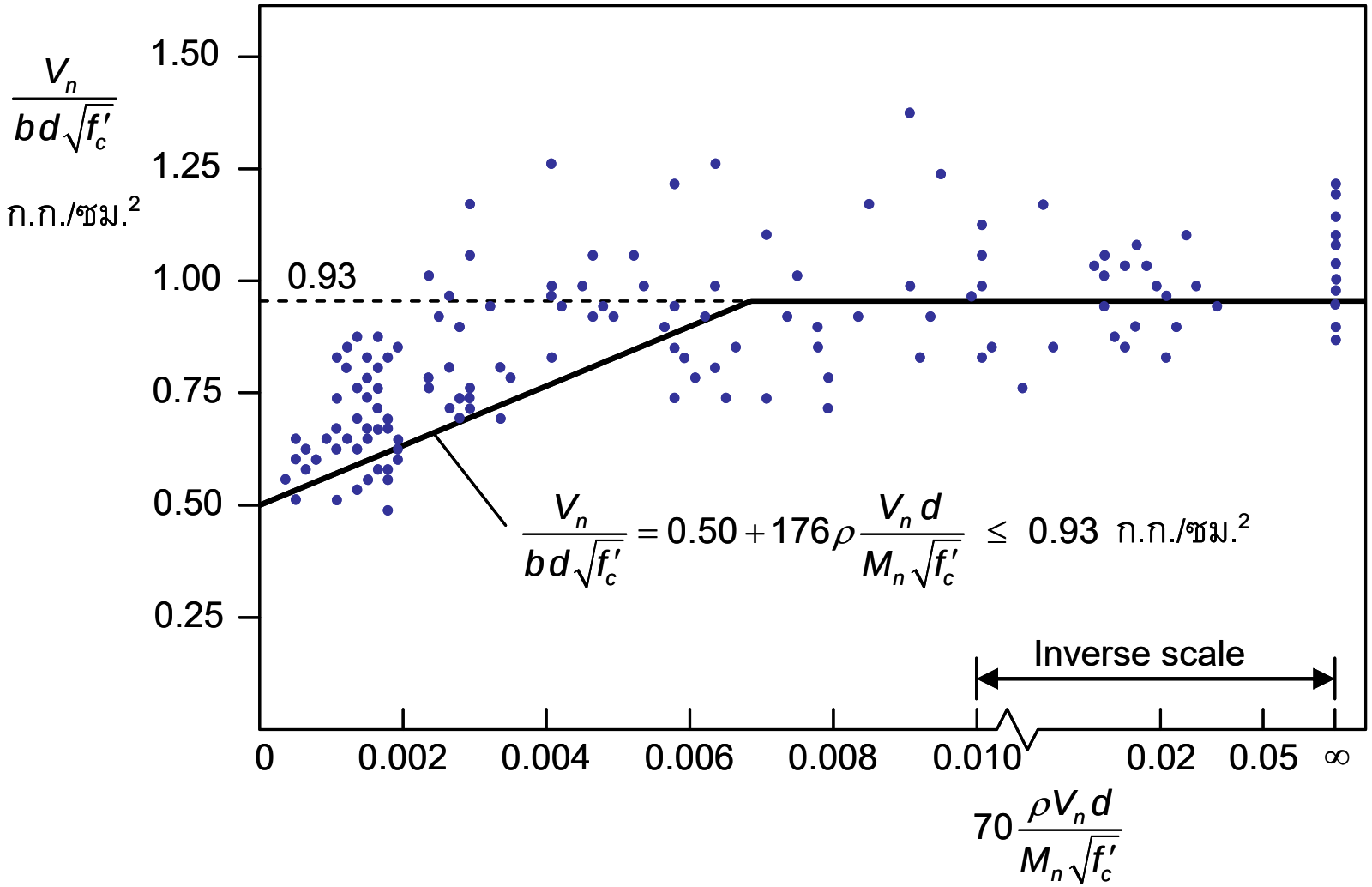
V_s = (shear) steel resistance

Total resistance = Concrete + Steel resistance

Shear Strength of Concrete

Shear strength: $v_c = \dfrac{V_c}{b_w d}$

from experiment $v_c = 0.50\sqrt{f'_c} + 176\rho_w \dfrac{V_u d}{M_u} \le 0.93\sqrt{f'_c}$ kg/cm^2



$\dfrac{V_u d}{M_u} \le 1.0$

$\rho_w = \dfrac{A_s}{b_w d}$

Design for Shear (SDM)

SDM

กำลังเฉือนคอนกรีต :

$$V_c = \left(0.50\sqrt{f_c'} + 176\frac{\rho V_u d}{M_u} \right) b\,d \le 0.93\sqrt{f_c'}\,b\,d$$

Simple formula: $V_c = 0.53\sqrt{f_c'}\,b\,d$

Shear strength with axial load:

Compression: $V_c = 0.53\left(1 + 0.0071\frac{N_u}{A_g}\right)\sqrt{f_c'}\,b_w d \quad \text{kg}$

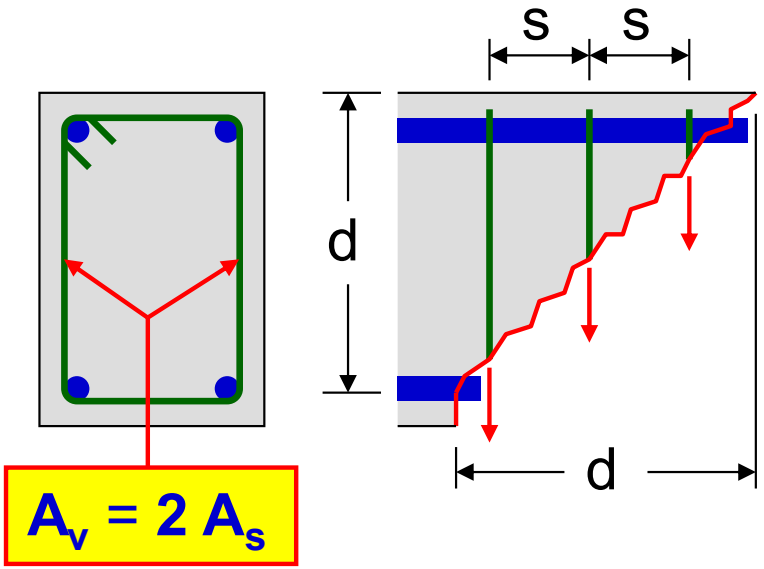
Tension: $V_c = 0.53\left(1 + 0.0029\frac{N_u}{A_g}\right)\sqrt{f_c'}\,b_w d \quad \text{kg}$

Design for Shear (SDM)

SDM

กำลังเฉือนของคานเสริมเหล็กรับแรงเฉือน : $V_n = V_c + V_s$

ออกแบบหน้าตัดให้มีกำลังเฉือน : $V_n \geq V_u / \phi$, $\phi = 0.85$ for shear



จำนวนปลอกในระนาบเฉือน : $n = d / s$

กำลังเฉือนจากเหล็กปลอก :

$$V_s = A_v f_y n = \frac{A_v f_y d}{s}$$

ในการออกแบบ กำลังเฉือนเหล็กปลอกที่ต้องการ : $V_s = V_u / \phi - V_c$

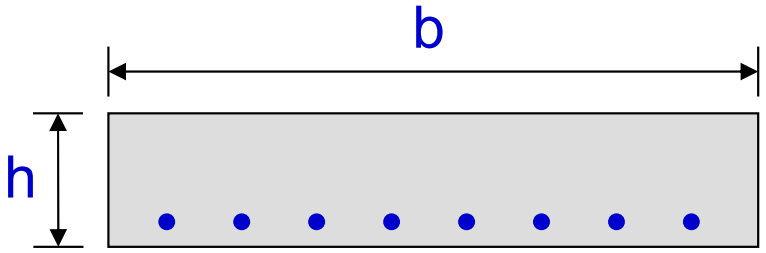
ระยะห่างเหล็กปลอก : $$s = \frac{A_v f_y d}{V_s}$$

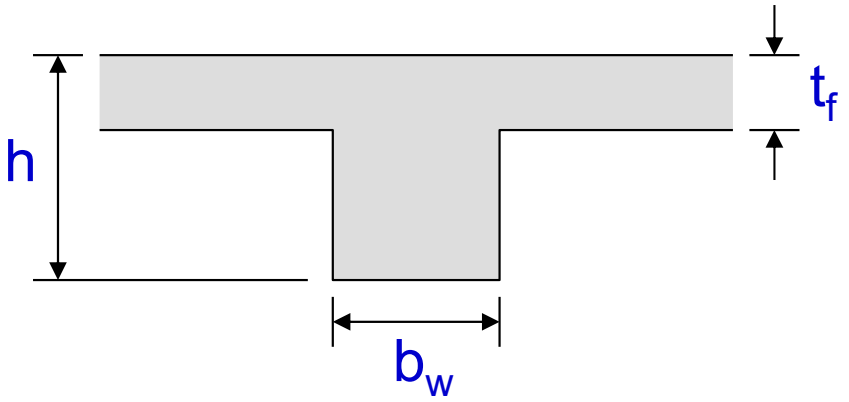
ACI318: 11.4.6 – Minimum Shear Reinforcement

SDM

11.4.6.1 – A minimum area of shear reinforcement, $A_{v,min}$, shall be provided in all reinforced concrete flexural members where $V_u \geq 0.5\ \phi\ V_c$, except in members:

- Footings and solid slabs
- Concrete joist construction
- Beams with $h \leq 25$ cm
- Beam integral with slabs with $h \leq 60$ cm and
  - $h \leq 2.5\ t_f$
  - $h \leq 1/2\ b_w$





ACI318: 11.4.6 – Minimum Shear Reinforcement

SDM

11.4.6.3 – Where shear reinforcement is required, $A_{v,min}$ shall be computed by

$$A_{v,min} = 0.2\sqrt{f'_c}\,\frac{bs}{f_y}$$

but shall not be less than $3.5bs/f_y$ ← ควบคุมสำหรับ $f'_c < 306$ ksc

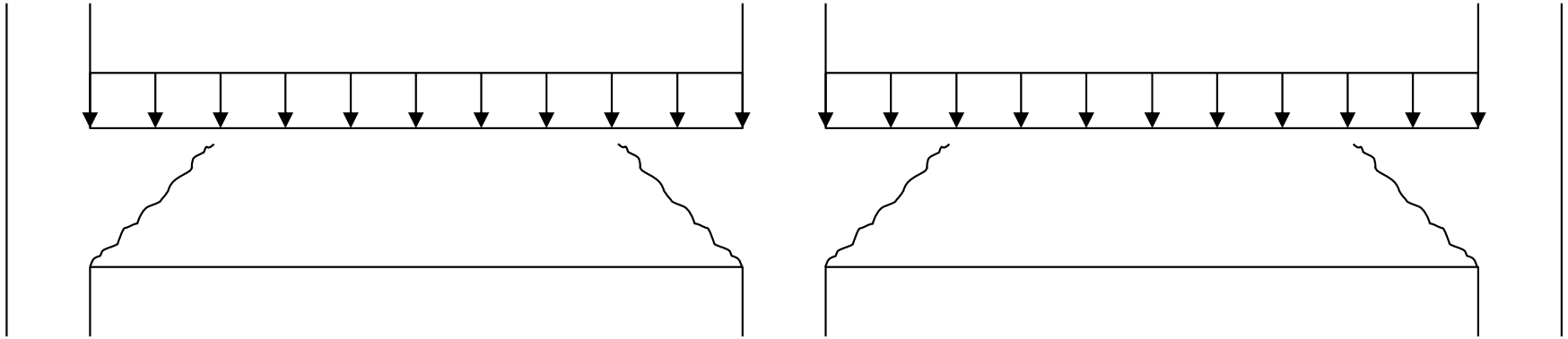
ระยะห่างเหล็กปลอกมากที่สุด

$$s_{max} = \frac{A_v f_y}{0.2\sqrt{f'_c}\,b} \le \frac{A_v f_y}{3.5b}$$

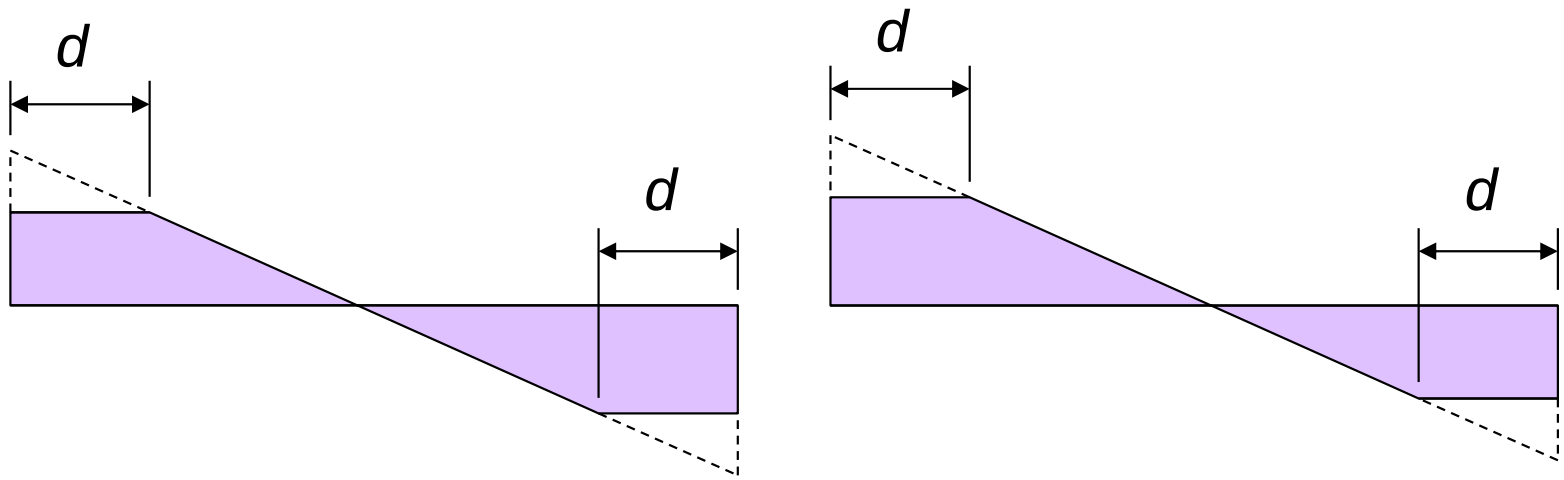
- $V_s \le 1.1\sqrt{f'_c}\,bd \rightarrow s_{max} = d/2 \le 60$ cm
- $1.1\sqrt{f'_c}\,bd < V_s \le 2.1\sqrt{f'_c}\,bd \rightarrow s_{max} = d/4 \le 30$ cm
- $V_s > 2.1\sqrt{f'_c}\,bd \rightarrow$ **เปลี่ยนหน้าตัด**

แรงเฉือนที่ใช้ในการออกแบบ

ACI 11.1.3.1 – For nonprestressed members, sections located less than a distance ***d*** from face of support shall be permitted to be designed for V_u computed at a distance ***d***.

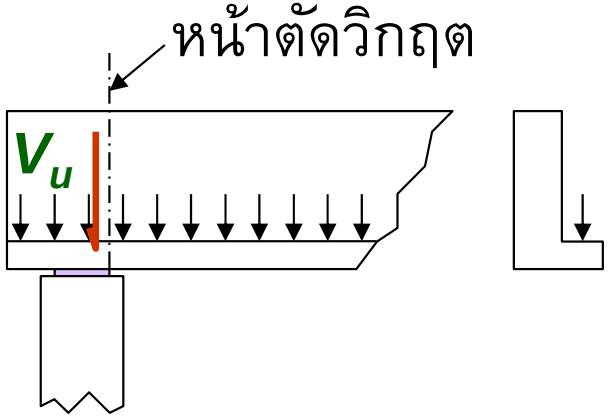


(ก) การแตกร้าวจากการเฉือนในคาน

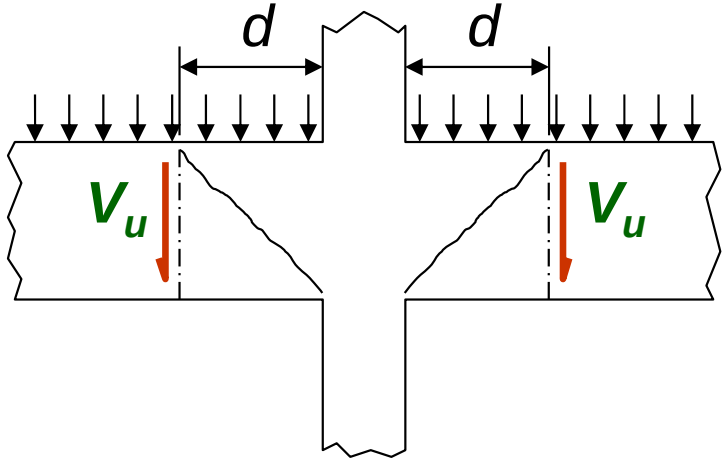


(ข) แผนภูมิแรงเฉือนสำหรับการออกแบบ

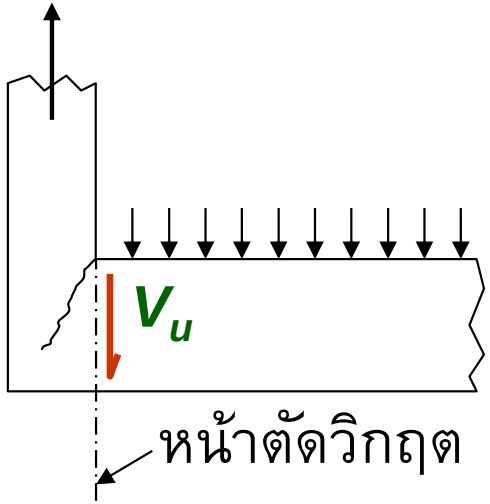
หน้าตัดวิกฤตสำหรับออกแบบการเฉือน



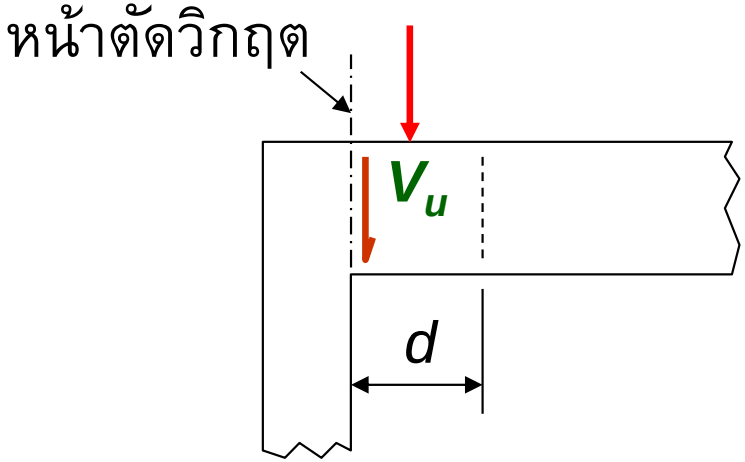
(ก) คานรับน้ำหนักด้านล่าง



(ข) จุดต่อเสา-คาน



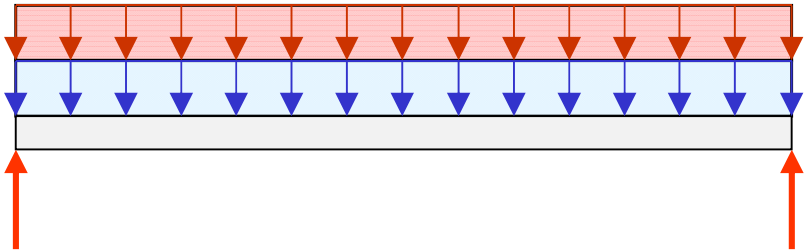
(ค) คานรองรับโดยแรงดึง



(ง) คานที่มีน้ำหนักกระทำเป็นจุดใกล้ที่รองรับ

แรงเฉือนที่กลางช่วงของคานรับน้ำหนักแผ่

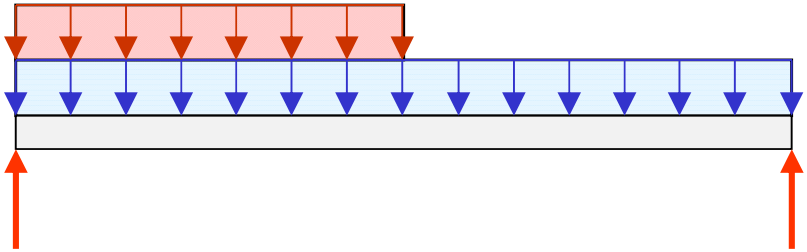
LL full span
DL full span

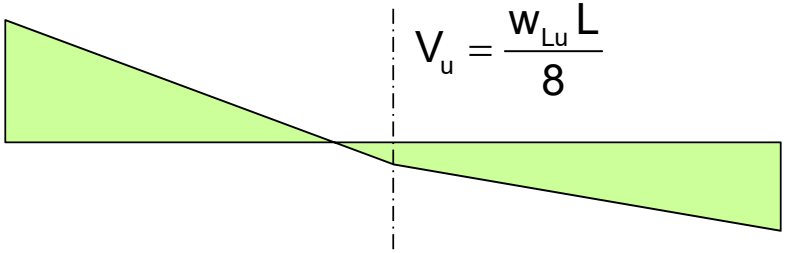


$$V_u = \frac{w_u L}{2}$$

Max. shear @ ends

LL half span
DL full span

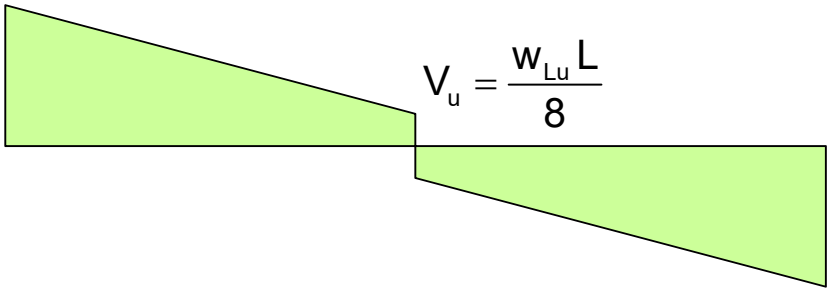




Max. shear @ midspan

$$V_u = \frac{w_u L}{2}$$

Shear force envelope



ขั้นตอนการออกแบบเหล็กเสริมรับแรงเฉือน

SDM

Step 1 คำนวณแรงเฉือน V_u ที่หน้าตัดวิกฤตที่ระยะ **d** จากผิวจุดรองรับ

กำลังเฉือนที่ต้องการ $V_n = V_u / \phi$

Step 2 คำนวณกำลังเฉือนคอนกรีต $V_c = 0.53\sqrt{f'_c}\,bd$

ถ้า $V_n < V_c$ แสดงว่าคอนกรีตมีกำลังเฉือนมากกว่าที่ต้องการ

→ ใช้เหล็กปลอกน้อยที่สุด(ระยะห่างมากที่สุด)

→ ลดขนาดหน้าตัด

Step 3 คำนวณกำลังเฉือนที่ต้องการจากเหล็กปลอก $V_s = V - V_c$

Step 4 คำนวณกำลังเฉือนมากที่สุด $V_{s,\max} = 2.1\sqrt{f'_c}\,bd$

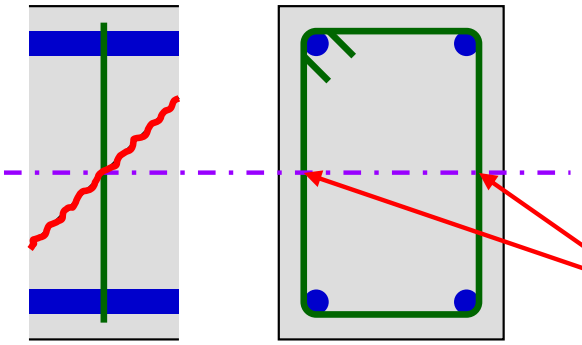
ถ้า $V_s > V_{s,\max}$ แสดงว่าหน้าตัดมีขนาดไม่เพียงพอ → เพิ่มขนาดหน้าตัด

Step 5 ระยะห่างเหล็กปลอกที่ต้องการ $s = \dfrac{A_v f_y d}{V_s}$

Step 6 ระยะห่างเหล็กปลอกมากที่สุด $s_{max} = \dfrac{A_v f_y}{0.2\sqrt{f'_c}\, b} \leq \dfrac{A_v f_y}{3.5b}$

ถ้า $V_s \leq 1.1\sqrt{f'_c}\, bd \rightarrow s_{max} = d/2 \leq 60$ cm

ถ้า $1.1\sqrt{f'_c}\, bd < V_s \leq 2.1\sqrt{f'_c}\, bd \rightarrow s_{max} = d/4 \leq 30$ cm

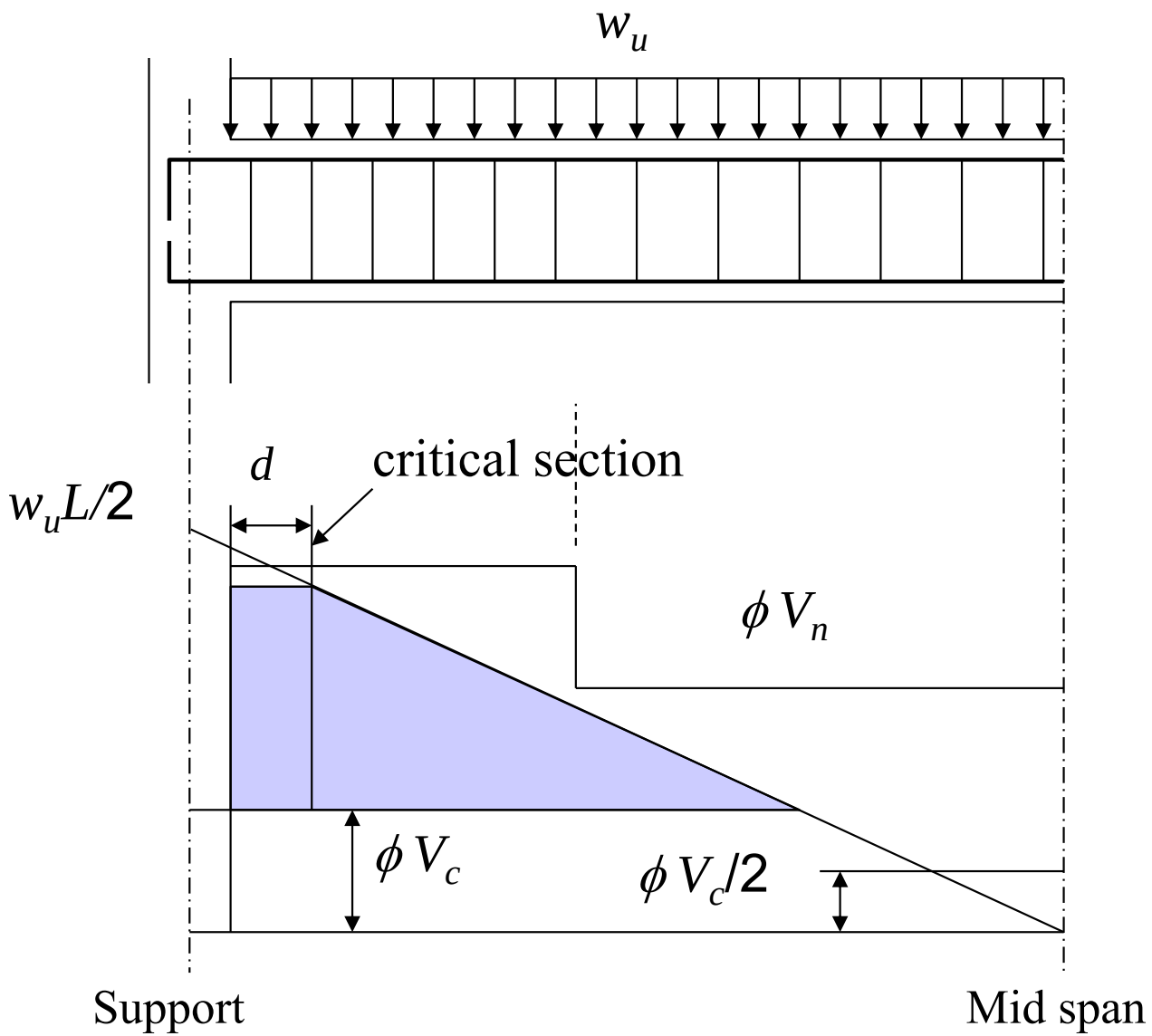


single closed loop stirrup has **2** legs

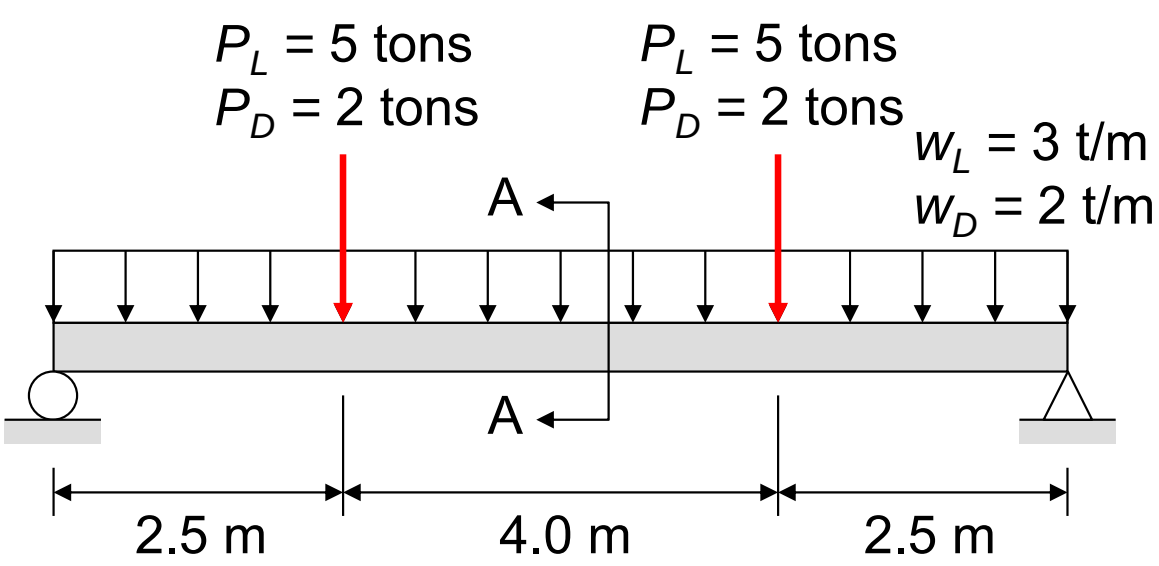
(ปลอกเดี่ยวมีสองขา)

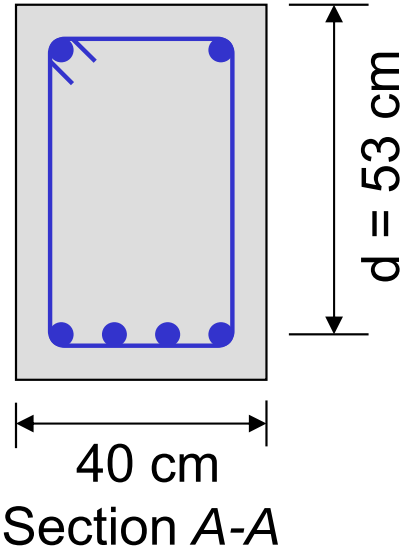
$A_v = 2\,A_s$: พื้นที่เหล็กปลอกในระนาบเฉือน

Variation of Shear Capacity



ตัวอย่างที่ 5.1 ออกแบบเหล็กปลอกรับแรงเฉือนในคานช่วงเดี่ยว กำหนดกำลังคอนกรีต f'_c= 280 ksc ใช้เหล็กปลอก DB10 กำลังเหล็กเสริม f_y = 4,000 ksc



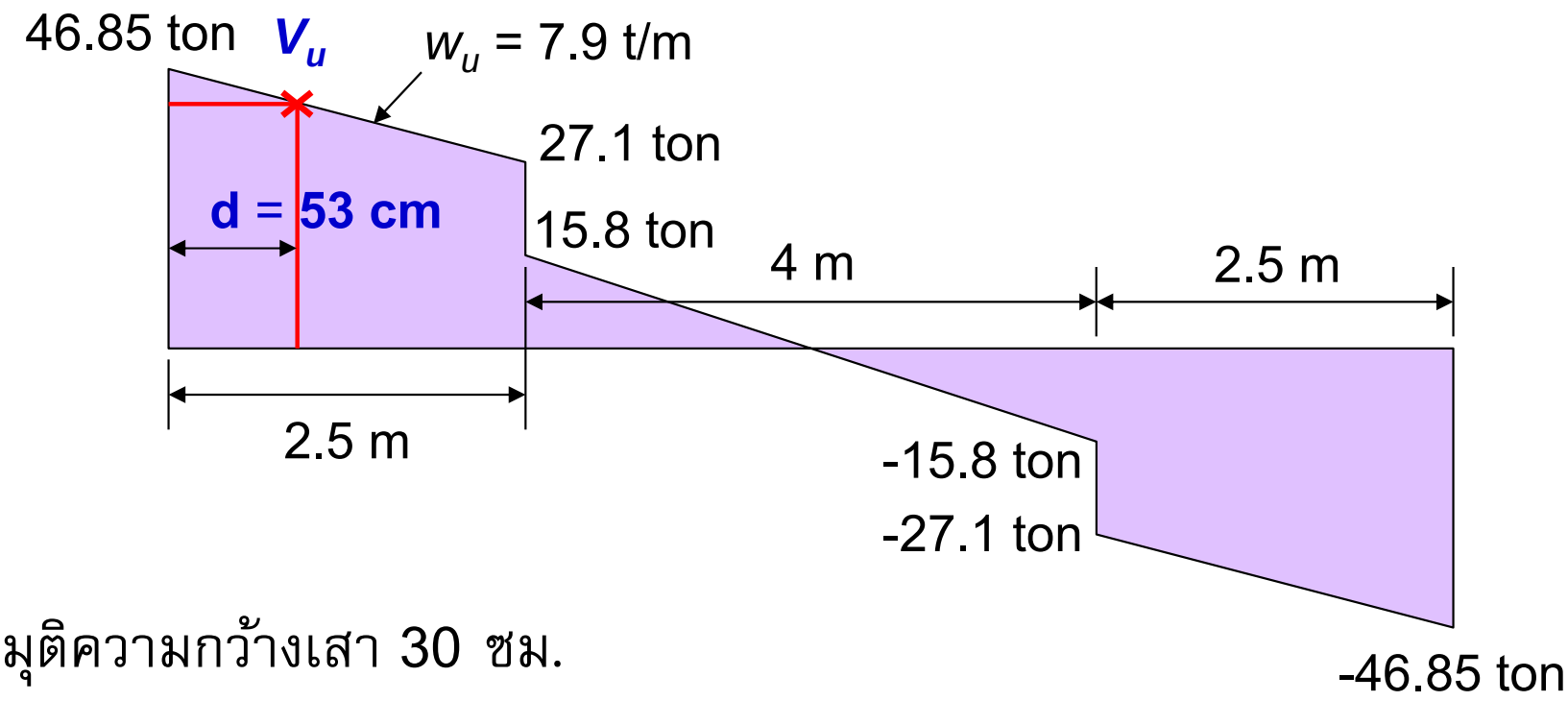


1. คำนวณแรงเฉือนประลัย

$w_u = 1.4(2) + 1.7(3) = 7.9$ t/m

$P_u = 1.4(2) + 1.7(5) = 11.3$ ton

สร้างแผนภูมิแรงเฉือน **V_u :**



สมมุติความกว้างเสา 30 ซม.

V_u/ϕ ที่ระยะ d = (46.85 – 7.9(0.15+0.53))/0.85 = 48.80 ton

2. คำนวณกำลังเฉือนคอนกรีต

$$V_c = 0.53\sqrt{f'_c}\,bd = 0.53\sqrt{280}\times 40\times 53/1{,}000 = 18.80 \text{ ton}$$

3. คำนวณกำลังเฉือนที่ต้องการจากเหล็กปลอก

$$V_s = V_n - V_c = 48.80 - 18.80 = 30.00 \text{ ton}$$

4. คำนวณกำลังเฉือน V_s มากที่สุด ว่าหน้าตัดมีขนาดเพียงพอหรือไม่ ?

$$V_{s,max} = 2.1\sqrt{f'_c}\,bd = 2.1\sqrt{280}\times 40\times 53/1{,}000 = 74.50 \text{ ton}$$

$[\, V_s = 30.00 \text{ ton} \,] < V_{s,\,max}$ → **หน้าตัดมีขนาดเพียงพอ**

$$1.1\sqrt{f'_c}\,bd = 1.1\sqrt{280}\times 40\times 53/1{,}000 = 39.02 \text{ ton} > V_s$$

$$s_{max} = d/2 = 53/2 = 26.5 \text{ cm} < 60 \text{ cm}$$

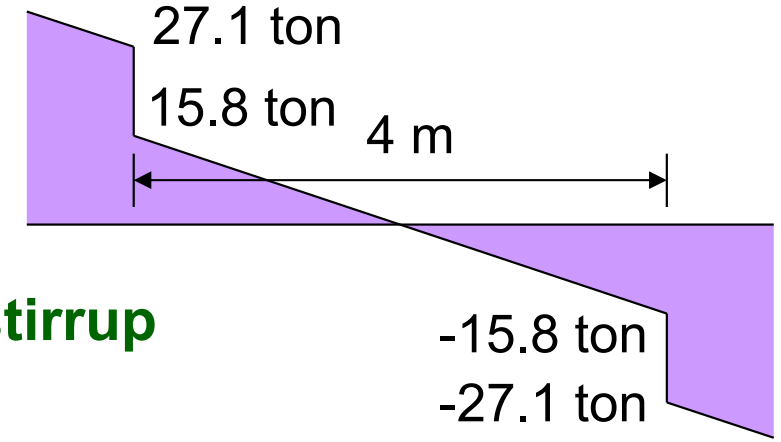
5. คำนวณระยะห่างเหล็กปลอกที่ต้องการ

ลองใช้เหล็กปลอก DB10 ปลอกปิด(สองขา) $A_v = 2(0.785) = 1.57 \text{ cm}^2$

$$s = \frac{A_v f_y d}{V_s} = \frac{1.57\times 4.0\times 53}{30.00} = 11 \text{ cm}$$

ดังนั้นใช้ DB10 @ 0.11 ม. ที่ระยะ d จากผิวจุดรองรับ

6. ออกแบบเหล็กปลอกที่กลางช่วง

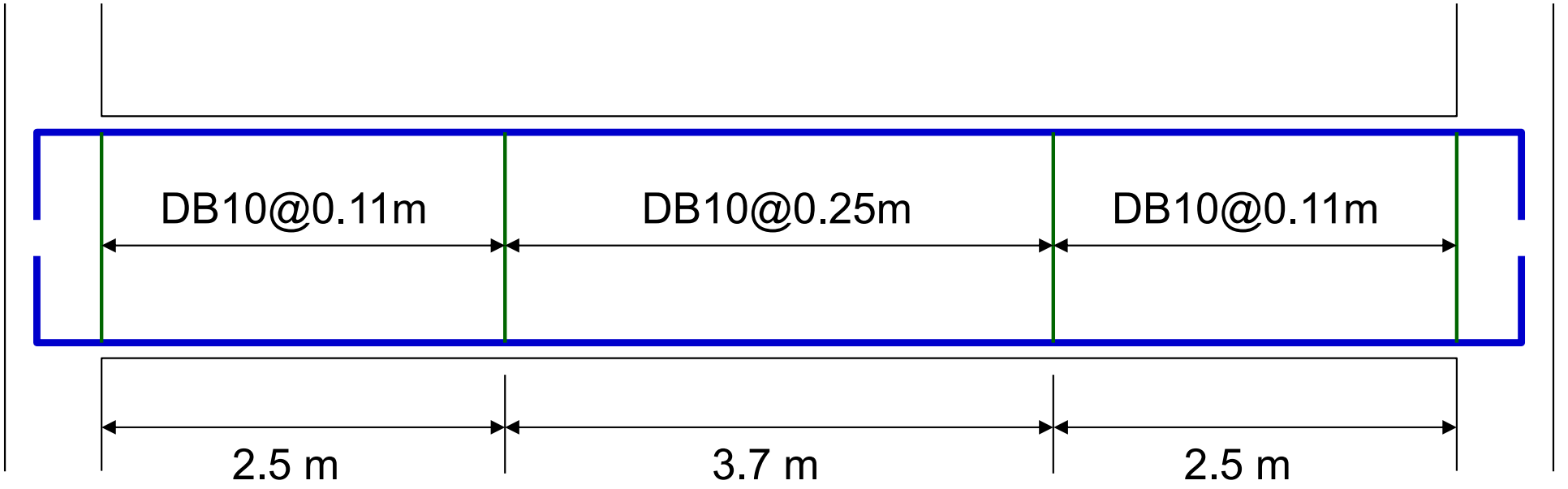


$V_u/\phi = 15.8/0.85 = 18.6$ ton

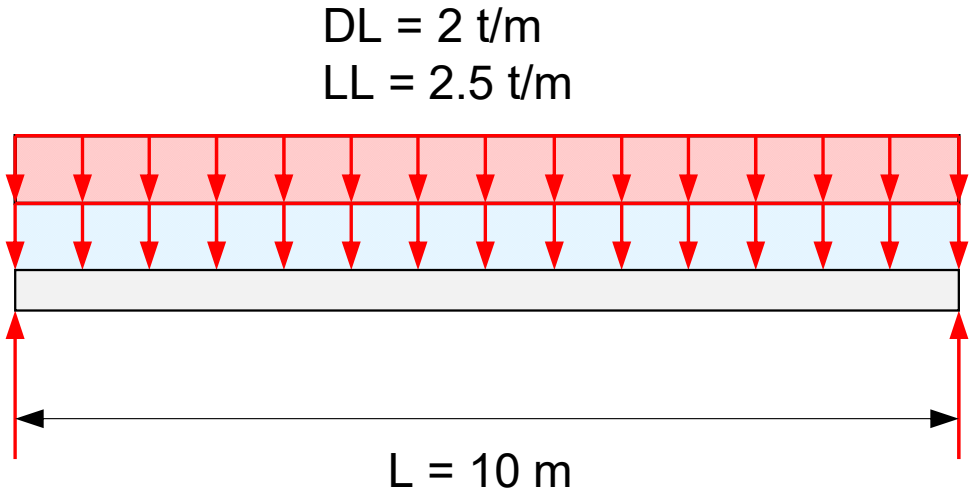
$V_u/\phi < [\, V_c = 18.8 \text{ ton} \,]$ → **Use min. stirrup**

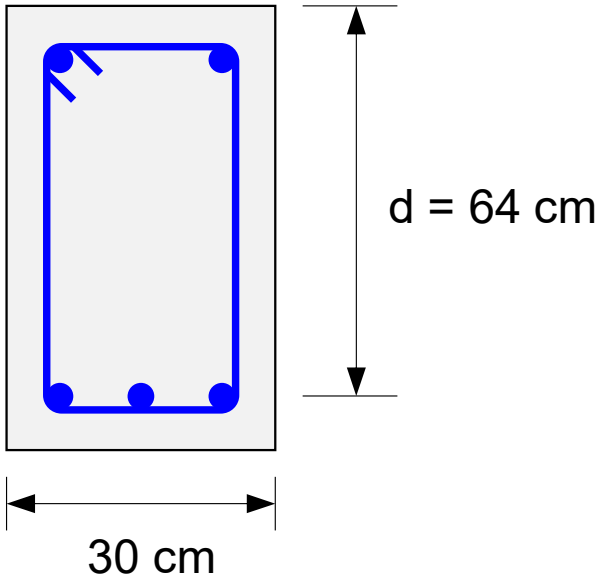
$$s_{max} = \frac{A_v f_y}{3.5b} = \frac{1.57 \times 4{,}000}{3.5 \times 40} = 45 \text{ cm}$$

$d/2 = 53/2 = 26.5 \text{ cm} < 60 \text{ cm}$ **ดังนั้นใช้ DB10 @ 0.25 ม. ที่กลางช่วง**



ตัวอย่างที่ 5.2 คานช่วงเดี่ยวรองรับน้ำหนักคงที่ 2 ตัน/เมตร (รวมน้ำหนักตัวเอง) และน้ำหนักจร 2.5 ตัน/เมตร ให้ออกแบบเหล็กปลอกสำหรับคานนี้ กำลังคอนกรีต f'_c = 250 ก.ก./ซม.^{2} กำลังเหล็กเสริมรับการดัด 4,000 ก.ก./ซม.^{2}





วิธีทำ

1. คำนวณ **shear force envelope** สำหรับออกแบบการเฉือน

น้ำหนักประลัยทั้งหมด w_u = 1.4(2) + 1.7(2.5) = 7.05 ตัน/เมตร

น้ำหนักจรประลัย w_{Lu} = 1.7(2.5) = 4.25 ตัน/เมตร

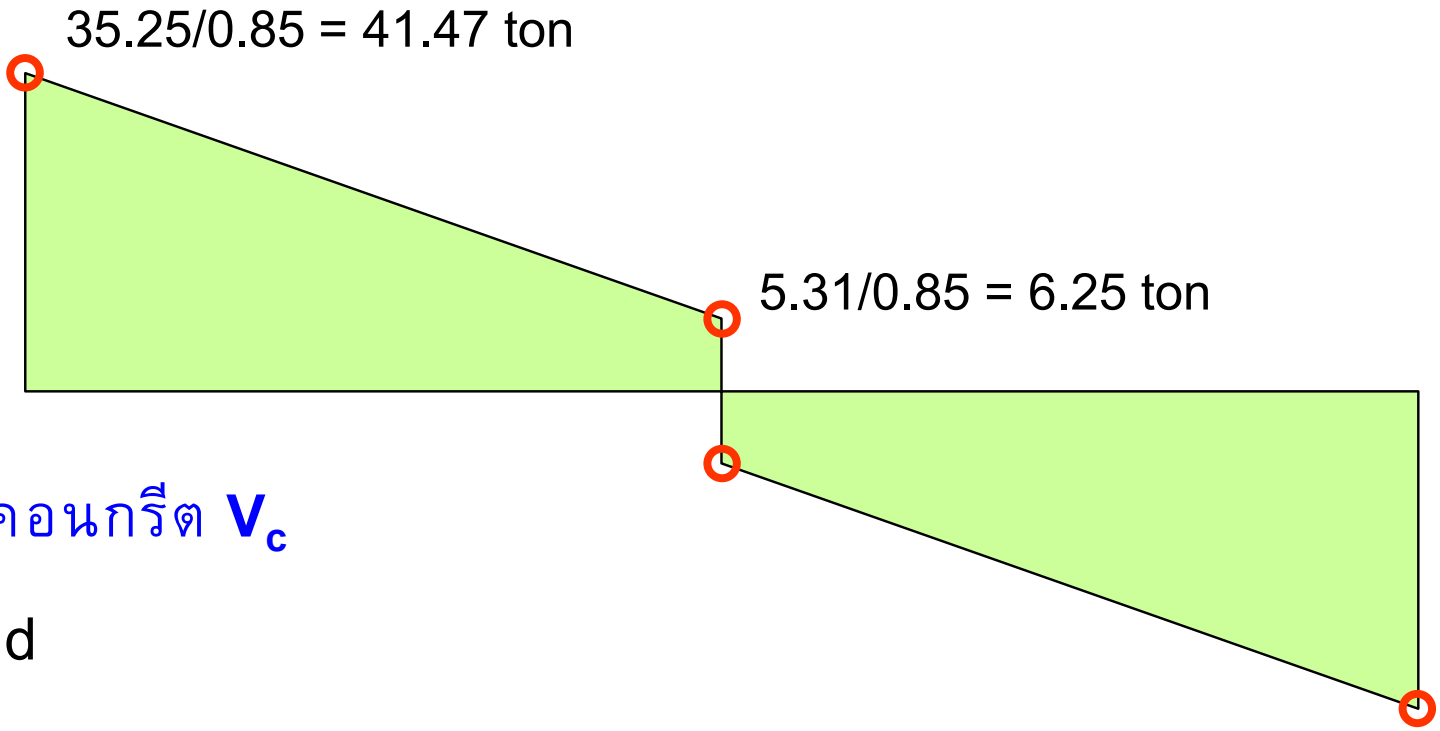
แรงเฉือนประลัยที่ปลายคาน $w_uL/2$ = 7.05(10)/2 = 35.25 ตัน

แรงเฉือนประลัยที่กลางช่วงคาน $w_{Lu}L/8 = 4.25(10)/8 =$ 5.31 ตัน

เนื่องจากคานรับน้ำหนักบนหลังคานและจุดรองรับอยู่ด้านล่าง สมมุติจุดรองรับกว้าง 40 ซม. หน้าตัดวิกฤตอยู่ที่ระยะ d = 64 ซม. จากผิวจุดรองรับ แรงเฉือนมีค่าเท่ากับ

V_u/ϕ ที่ระยะ d = 41.47 – (0.84/5)(41.47 – 6.25) = 35.55 ตัน

shear force envelope V_u/ϕ

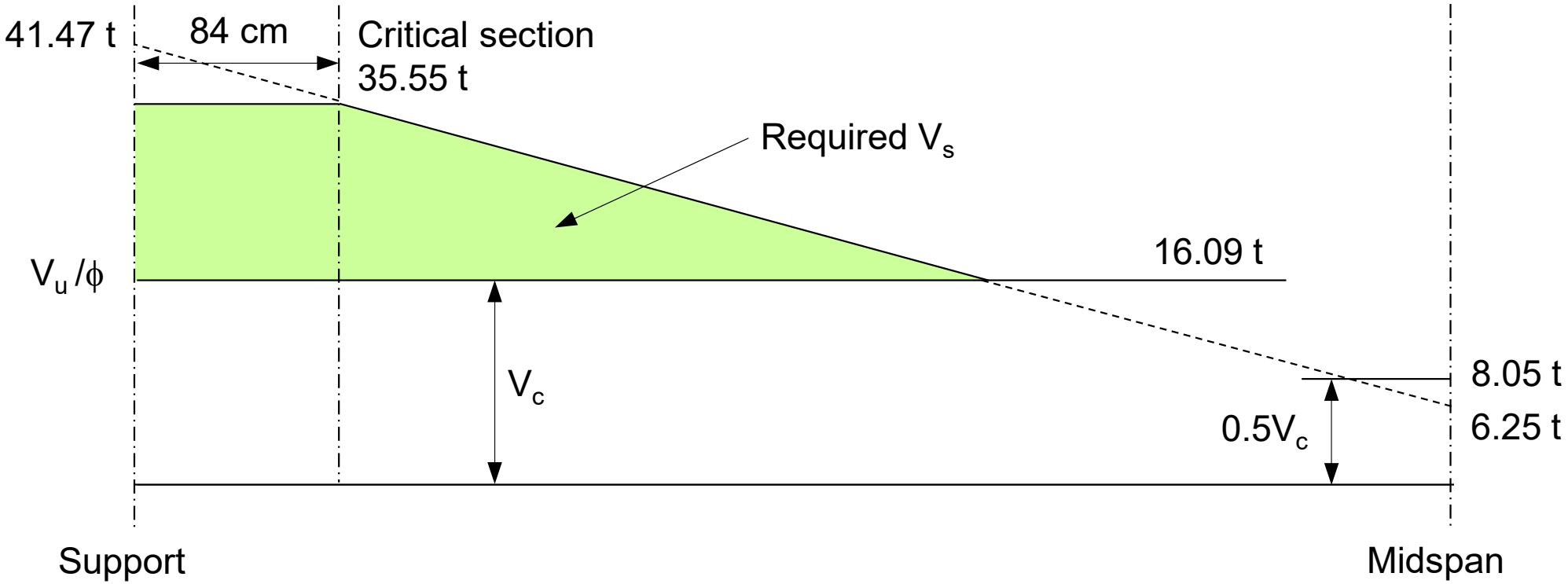


2. คำนวณกำลังเฉือนคอนกรีต V_c

$$V_c = 0.53\sqrt{f'_c}\, b_w d$$

$$= 0.53\sqrt{250} \times 30 \times 64 / 1{,}000$$

$$= 16.09 \text{ ton}$$



3. คำนวณกำลังเฉือนที่ต้องการจากเหล็กปลอก $\mathbf{V_s}$

$$V_s = \frac{V_u}{\phi} - V_c = 35.55 - 16.09 = 19.46 \text{ ton}$$

4. คำนวณกำลังเฉือน $\mathbf{V_s}$ มากที่สุด ว่าหน้าตัดมีขนาดเพียงพอหรือไม่?

$$V_{s,max} = 2.1\sqrt{f'_c}\, b_w d = 2.1\sqrt{250} \times 30 \times 64 / 1{,}000 = 63.75 \text{ ton}$$

เนื่องจาก V_s ที่ต้องการที่ระยะ d = 19.46 ตัน มีค่าไม่เกิน $V_{s,\,max}$ = 63.75 ตัน

ดังนั้นหน้าตัดมีขนาดเพียงพอ

ตรวจสอบ $1.1\sqrt{f'_c}\, b_w d = 1.1\sqrt{250} \times 30 \times 64 / 1{,}000 = 33.39$ ton

เนื่องจาก $V_s < 1.1\sqrt{f'_c}\, b_w d$ ดังนั้น $s_{max} = d/2 = 64/2 = 32$ ซม. < 60 ซม.

5. คำนวณระยะห่างเหล็กปลอกที่ต้องการ

ลองใช้ RB9 ปลอกปิด(สองขา):

$$A_v = 2(0.636) = 1.27 \text{ ซม.}^2 \text{ และ } f_y = 2{,}400 \text{ ก.ก./ซม.}^2$$

ระยะห่างเหล็กปลอกที่ต้องการที่ระยะ d จากผิวของจุดรองรับคือ

$$s = \frac{A_v f_y d}{V_s} = \frac{1.27 \times 2.4 \times 64}{19.46} = 10.02 \text{ cm}$$

ดังนั้นเลือกใช้เหล็กปลอก **RB9 @ 0.10** ม. ที่ระยะ d จากผิวจุดรองรับ

6. คำนวณระยะห่างเหล็กปลอกมากที่สุด จากปริมาณเหล็กเสริมรับแรงเฉือนน้อยที่สุด

$$s_{max} = \frac{A_v f_y}{0.2\sqrt{f'_c}\, b_w} = \frac{1.27 \times 2{,}400}{0.2\sqrt{250} \times 30} = 32 \text{ cm}$$

$$s_{max} = \frac{A_v f_y}{3.5 b_w} = \frac{1.27 \times 2{,}400}{3.5 \times 30} = 29 \text{ cm}$$

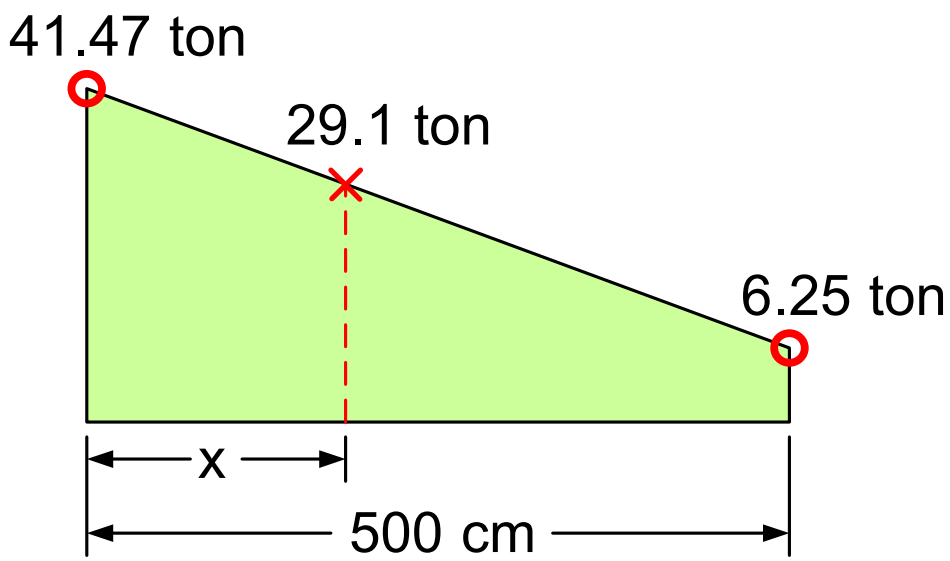
s_{max} = 29 ซม.

ดังนั้น RB9 @ 0.10 ม. ที่เลือกไว้ใช้ได้

แต่ค่อนข้างถี่จึงควรเพิ่มระยะขึ้นเป็น 15 ซม. เมื่อแรงเฉือนที่มากระทำลดลงสำหรับหน้าตัดที่อยู่ห่างมากกว่าระยะ d จากผิวจุดรองรับ

7. คำนวณค่า **V_u/ϕ** และระยะที่จะใช้เหล็กปลอก **RB9 @ 0.15** ม.

$$\frac{V_u}{\phi} = \frac{A_v f_y d}{s} + V_c = \frac{1.27 \times 2.4 \times 64}{15} + 16.09 = 29.1 \text{ ton}$$



พิจารณาตำแหน่งที่ V_u/ϕ = 29.1 ตัน

จากกฎสามเหลี่ยมคล้าย

$$x = \frac{41.47 - 29.1}{41.47 - 6.25} \times 500$$

$$= 176 \text{ cm}$$

บริเวณกลางช่วงคานแรงเฉือนมีค่าน้อย เพิ่มระยะห่างเหล็กปลอกเป็น s_{max} = 29 ซม.

$$\frac{V_u}{\phi} = \frac{A_v f_y d}{s} + V_c = \frac{1.27 \times 2.4 \times 64}{29} + 16.09 = 22.8 \text{ ton}$$

$$x = \frac{41.47 - 22.8}{41.47 - 6.25} \times 500 = 265 \text{ cm from support}$$

8. จัดวางเหล็กปลอกตามตำแหน่งที่คำนวณมา

กำหนดให้ปลอกแรกเริ่มที่ระยะ 1 ซม. จากผิวจุดรองรับ แล้วคำนวณระยะที่ใช้จริงตามระยะห่างระหว่างปลอกไปจนถึงระยะที่คำนวณได้โดยอาจเกินไปเล็กน้อยดังนี้

RB9 @ 0.10 ม. : 20 + 1 + 16@10 = 181 ซม. > 176 ซม. **OK**

RB9 @ 0.15 ม. : 181 + 6@15 = 271 ซม. > 265 ซม. **OK**

RB9 @ 0.29 ม. : 271 + 7@29 = 474 ซม.