CEN 432
การออกแบบคอนกรีตอัดแรง

บทที่ 4 การวิเคราะห์หน้าตัดภายใต้โมเมนต์ดัด

มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th
52/347 หมู่บ้านเมืองเอก ถนนพหลโยธิน หลักหก ปทุมธานี 12000

4.1 หน่วยแรงที่เกิดขึ้นในคอนกรีต

การวิเคราะห์หน่วยแรงดัน เป็นการวิเคราะห์คอนกรีตอัดแรงในสถานการใช้งาน (Service State) คือ ทฤษฎีอีลาสติก

$$\sigma_c = \frac{P}{A} \pm \frac{Pey}{I} \pm \frac{My}{I}$$

A	คือ	พื้นที่หน้าตัดคอนกรีต
I	คือ	โมเมนต์อินเนอร์เชียของหน้าตัดคอนกรีต
y	คือ	ระยะระหว่างตำแหน่งบนหน้าตัดคอนกรีตที่พิจารณากับแนวแกนสะเทิน

การวิเคราะห์หน่วยแรงที่เกิดขึ้นในคอนกรีตในสถานะใช้งาน

แบ่งเป็น 2 ขั้นตอน

- การวิเคราะห์หน่วยแรงที่เกิดขึ้นในคอนกรีตขณะถ่ายแรง

$$\sigma_c = \frac{P_i}{A} \pm \frac{P_i e y}{I} \pm \frac{M_G y}{I}$$

- การวิเคราะห์หน่วยแรงที่เกิดขึ้นในคอนกรีตขณะรับน้ำหนักบรรทุก

$$\sigma_c = \frac{P_e}{A} \pm \frac{P_e e y}{I} \pm \frac{M_T y}{I}$$

4.2 หน่วยแรงที่เกิดขึ้นในเหล็กเสริมอัดแรง

การวัดหน่วยแรงดันที่เกิดขึ้นในเหล็กเสริมอัดแรงในคอนกรีตอัดแรง กระทำขณะทำการดึงเหล็กเสริมอัดแรง และหลังจากนั้นจะมีการสูญเสียแรงดึงในเหล็กเสริมเนื่องจากสาเหตุต่างๆ

ในหัวข้อนี้จะพิจารณาถึงการเปลี่ยนแปลงหน่วยแรงในเหล็กเสริมอัดแรงที่เกิดจากการโก่งตัวของคานเนื่องจากการบรรทุกเพิ่มเติม

ก) สำหรับคอนกรีตอัดแรงระบบมีการยึดเหนี่ยว

ในคอนกรีตอัดแรงระบบมีการยึดเหนียว เหล็กเสริมอัดแรงและคอนกรีตที่อยู่โดยรอบจะมีแรงยึดเหนี่ยวระหว่างผิวเกิดขึ้น ทำให้การเปลี่ยนแปลงหน่วยการยืดหดตัวที่เกิดขึ้นบนเหล็กเสริมแรงอัด และค่าการเปลี่ยนแปลงหน่วยการยืดหดตัวของคอนกรีต

$$\Delta\varepsilon_s = \Delta\varepsilon_c$$

$$\frac{\Delta\sigma_s}{E_s} = \frac{\Delta\sigma_c}{E_c}$$

$$\Delta\sigma_s = \frac{E_s}{E_c}\Delta\sigma_c = n\Delta\sigma_c = n\frac{My}{I}$$

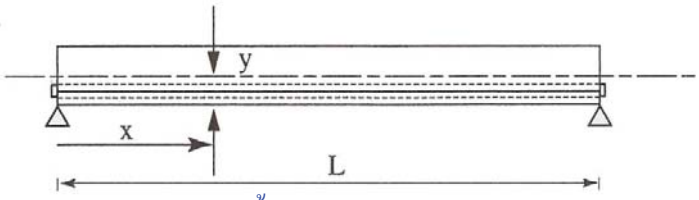
$\Delta\sigma_s$ คือ หน่วยแรงเปลี่ยนไปของเหล็กเสริมอัดแรง

M คือ โมเมนต์เนื่องจากน้ำหนักบรรทุก

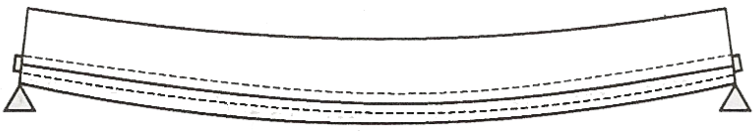
n, I คือ อัตราส่วนโมดูลัส และโมเมนต์อินเนอร์

y คือ ระยะห่างจากตำแหน่งศูนย์กลางเหล็กเสริม

ก) สำหรับคอนกรีตอัดแรงระบบมีการยึดเหนี่ยว



(ก) ก่อนน้ำหนักบรรทุกกระทำ



(ข) หลังน้ำหนักบรรทุกกระทำ

รูปที่ 4.1หน่วยแรงที่เพิ่มขึ้นของเหล็กเสริมอัดแรงในคอนกรีตอัดแรงระบบไร้การยึดเหนี่ยว

มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th

ข) สำหรับคอนกรีตอัดแรงระบบไร้การยึดเหนี่ยว

การเปลี่ยนแปลงหน่วยแรงดึงในเหล็กเสริมอัดแรงของคอนกรีตระบบไร้การยึดเหนียวแตกต่างไปจากระบบมีการยึดเหนี่ยว เหล็กเสริมจะมีการขยับเคลื่อนตัวสัมพัทธ์กับคอนกรีตโดยรอบเนื่องจากไม่มีการยึดเหนี่ยวผิวทั้งสอง

$$\Delta L = \int_0^L \varepsilon_c dx = \int_0^L \frac{My}{E_c I} dx \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta L}{L} = \frac{1}{L}\int_0^L \frac{My}{E_c I} dx$$

ค่าเฉลี่ยของหน่วยแรงดึงที่เพิ่มขึ้นหาได้ดังนี้

$$\Delta\sigma_s = E_s \frac{\Delta L}{L} = \frac{n}{L}\int_0^L \frac{My}{I} dx$$

ค่าโมเมนต์ที่ทำให้คอนกรีตเริ่มแตกร้าว (Cracking Moment)

การแตกร้าวในคอนกรีตจะเกิดขึ้นเมื่อหน่วยแรงที่ผิวบนสุดหรือล่างสุด เกิดหน่วยแรงดึงขึ้นจนเกินค่าที่คอนกรีตสามารถรับได้ หน่วยแรงที่เกิดขึ้นในคอนกรีตมีค่าเปลี่ยนแปลงขึ้นอยู่กับโมเมนต์ที่กระทำต่อคาน หน่วยแรงดึงในคอนกรีตที่เกิดที่ผิวล่างของคานคอนกรีตอัดแรงช่วงเดียวหาได้จาก

$$\sigma_c = \frac{P}{A} + \frac{Pec_b}{I} - \frac{Mc_b}{I}$$

ถ้าคอนกรีตถูกพิจารณาว่าเริ่มแตกร้าว จะได้ว่า

$$-f_r = \frac{P}{A} + \frac{Pec_b}{I} - \frac{M_{cr}c_b}{I}$$

$$M_{cr} = Pe + \frac{PI}{Ac_b} + \frac{f_r I}{c_b}$$

โดยที่ M_{cr} คือ โมเมนต์ที่ทำให้คอนกรีตเริ่มแตกร้าว

f_r คือ โมดูลัสของการแตกหักของคอนกรีต $\cong 2.0\sqrt{f'_c}$ (กก./ซม.^{2})

คราวนี้ขอให้พิจารณาอีกแง่หนึ่ง

ถ้าให้ M_1 เป็นโมเมนต์ที่ทำให้หน่วยแรงในคอนกรีตมีค่าเป็นศูนย์จะได้ว่า

$$0 = \frac{P}{A} + \frac{Pec_b}{I} - \frac{M_1 c_b}{I}$$

$$M_1 = Pe + \frac{PI}{Ac_b} = P(e + \frac{r^2}{c_b}) \qquad (4.8)$$

โดยที่ M_1 คือ โมเมนต์ที่ทำให้คอนกรีตมีหน่วยแรงเป็นศูนย์

r คือ รัศมีไจเรชั่นของหน้าตัดมีค่าเท่ากับ $\sqrt{\frac{I}{A}}$

ค่าโมเมนต์ที่ทำให้คอนกรีตเริ่มแตกร้าว

คอนกรีตสามารถรับหน่วยแรงดึงเท่ากับ f_r ถ้าให้ M_2 เป็นโมเมนต์ที่ทำให้คอนกรีตมีหน่วยแรงดึงเป็น f_r โดยทฤษฎีอีลาสติกสามารถหาค่าโมเมนต์ M_2 ได้จาก

โดยที่

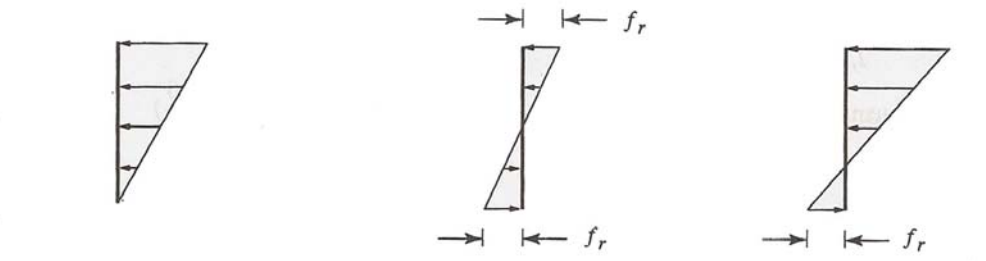
$$\sigma_c = \frac{M_2 c_b}{I}$$

$$f_r = \frac{M_2 c_b}{I}$$

$$M_2 = \frac{f_r I}{c_b}$$

M_2 คือ โมเมนต์ที่คอนกรีตสามารถรับได้เนื่องจากโมดูลัสของการแตกหัก f_r

หน่วยแรงในคอนกรีตที่เกิดขึ้นจากโมเมนต์



(ก) หน่วยแรงเนื่องจาก M_1 (ข) หน่วยแรงเนื่องจาก M_2 (ค) หน่วยแรงเนื่องจาก $M_1 + M_2$

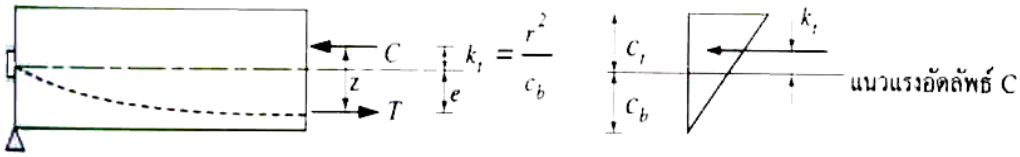
4.4 จุดเคิร์นบนและล่าง (top and bottom kern point)

เพื่อที่จะให้เกิดความเข้าใจในคอนกรีตอัดแรงมากยิ่งขึ้น จึงควรรู้จักตำแหน่งของจุดเคิร์นบน (top kern point) และจุดเคิร์นล่าง (bottom kern point)

นิยามของจุดเคิร์นบน คือ ตำแหน่งของแรงอัดลัพธ์ในคอนกรีตที่ทำให้หน่วยแรงบนหน้าตัดคอนกรีตเป็นรูปสามเหลี่ยมโดยหน่วยแรงในคอนกรีตที่ผิวล่างเป็นศูนย์

นิยามของจุดเคิร์นล่าง คือ ตำแหน่งของแรงอัดลัพธ์ในคอนกรีตที่ทำให้หน่วยแรงบนหน้าตัดคอนกรีตเป็นรูปสามเหลี่ยมโดยหน่วยแรงในคอนกรีตที่ผิวบนเป็นศูนย์

จุดเคิร์นบน



หน่วยแรงที่ผิวล่างของคอนกรีต

$$0 = \frac{P}{A} + \frac{Pec_b}{I} - \frac{Mc_b}{I}$$

$$M = Pe + \frac{PI}{Ac_b} = P(e + \frac{r^2}{c_b}) \qquad (4.10)$$

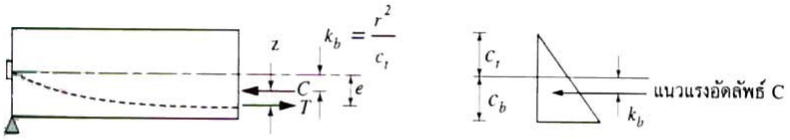
เนื่องจากโมเมนต์ภายนอกจะถูกต้านโดยโมเมนต์ภายในเท่ากับ $C \cdot z = T \cdot z = P \cdot z$

ดังนั้น

$$P \cdot z = P(e + \frac{r^2}{c_b})$$

แขนของโมเมนต์คู่ควบ $z = e + \frac{r^2}{c_b} = e + k_t \qquad (4.11)$

จุดเคิร์นล่าง



(ข) ตำแหน่งของแรงอัดลัพธ์ C ที่จุดเคิร์นล่าง

หน่วยแรงที่ผิวบนของคอนกรีต

$$0 = \frac{P}{A} - \frac{Pec_t}{I} + \frac{Mc_t}{I}$$

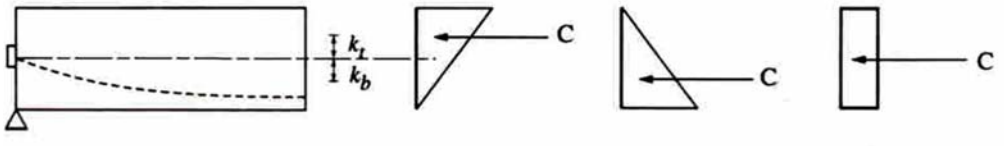
$$M = Pe - \frac{PI}{Ac_t} = P(e - \frac{r^2}{c_t}) \qquad (4.12)$$

$$P \cdot z = P(e - \frac{r^2}{c_t})$$

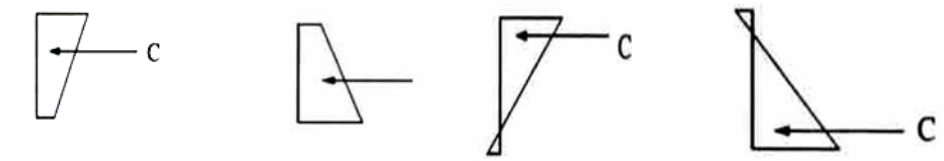
แขนของโมเมนต์คู่ควบ $z = e - \frac{r^2}{c_t} = e - k_b$ (4.13)

โดยที่ k_b คือ ระยะเคิร์นล่างซึ่งวัดจากจุดศูนย์กลางของหน้าตัดคานถึงจุดเคิร์นล่าง $= \frac{r^2}{c_.}$

หน่วยแรงในคอนกรีตกับตำแหน่งแรงอัดลัพธ์ C



(ก) C อยู่ที่จุดเคิร์นบน (ข) C อยู่ที่จุดเคิร์นล่าง (ค) C อยู่ที่ศูนย์กลางหน้าตัด

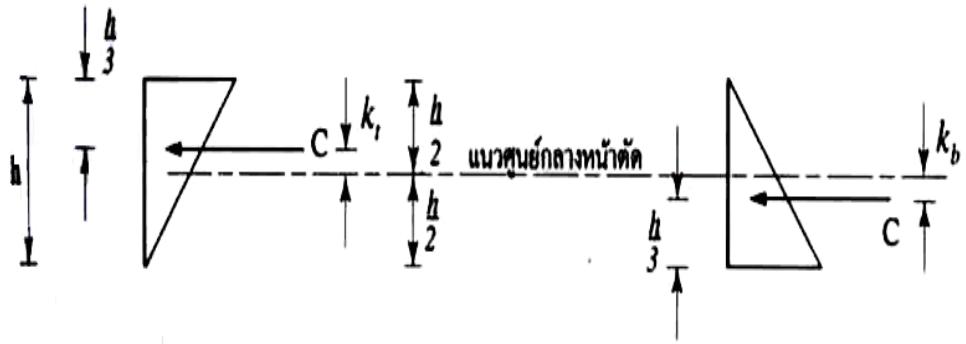


C อยู่ต่ำกว่าจุดเคิร์นบนแต่สูงกว่าศูนย์กลางหน้าตัด

(จ) C อยู่สูงกว่าจุดเคิร์นล่างแต่ต่ำกว่าศูนย์กลางหน้า

(ฉ) C อยู่สูงกว่าจุดเคิร์นบน (ช) C อยู่ต่ำกว่าจุดเคิร์นล่

k_t และ k_b ของหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้า



4.5 กำลังประลัยของคอนกรีตอัดแรง

สิ่งสำคัญที่สุดในการออกแบบ คือ กำลังที่โครงสร้างสามารถรับได้จะต้องได้รับการออกแบบให้เพียงพอ เพราะถ้าโครงสร้างเกิดวิบัติเนื่องจากกำลังไม่เพียงพอ ผลเสียหายที่ตามมาจะรุนแรงและค่าใช้จ่ายของความเสียหายก็สูงมาก

4.5 กำลังประลัยของคอนกรีตอัดแรง

4.5.1 สมมติฐานการวิเคราะห์โมเมนต์ดัดประลัย

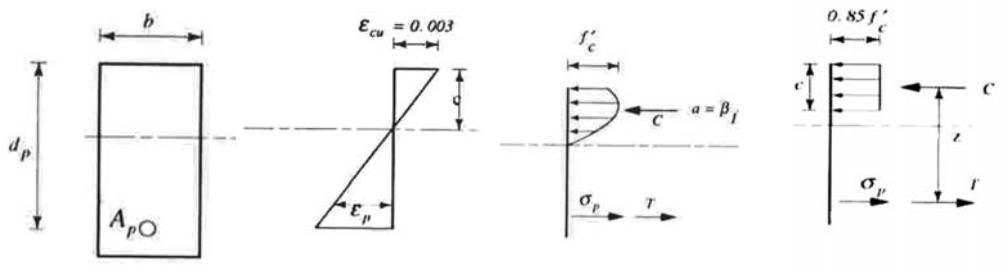
สมมติฐานที่ใช้ในการคำนวณหาโมเมนต์ดัดประลัยขององค์อาคารที่ใช้อยู่ทั่วไปมีดังนี้

ก) การกระจายของหน่วยการยืดหดตัวในคอนกรีตและเหล็กเสริมเป็นเส้นตรง กล่าวคือหน่วยการยืดหดตัวในคอนกรีตและเหล็กเสริม เป็นสัดส่วนโดยตรงกับระยะทางจากแนวแกนสะเทิน

ข) คอนกรีตไม่รับแรงดึง หรือกล่าวอีกอย่างหนึ่งก็คือ กำลังในการรับแรงดึงของคอนกรีตไม่ถูกนำมาพิจารณาในการคำนวณ

ค) ที่สถานะประลัย หน่วยการหดตัวของคอนกรีตที่ผิวด้านรับแรงอัดมีค่าเท่ากับ 0.003

การกระจายหน่วยการยืดหดตัวและหน่วยแรงที่สถานะประลัย



(ก) หน้าตัดคาน (ข) การกระจายของหน่วยการยืดหดตัว (ค) การกระจายของหน่วยแรงที่เกิดขึ้นจริง (ง) การกระจายของหน่วยแรงเทียบเท่า

$$\beta_1 = 0.85 \quad \text{เมื่อ} \quad f'_c \le 300 \text{ กก./ซม.}^2 \qquad (4.15)$$

$$\beta_1 = 0.85 - 0.0008(f'_c - 300) \ge 0.65 \quad \text{เมื่อ} \quad f'_c > 300 \text{ กก./ซม.}^2 \qquad (4.16)$$

การกระจายหน่วยการยืดหดตัวและหน่วยแรงที่สถานะประลัย

$$\omega_p$$

$$\omega_p + (\omega - \omega')\frac{d}{d_p} \leq 0.36\beta_1$$

$$\omega_{pw} + (\omega_w - \omega'_w)\frac{d}{d_p}$$

โดยที่ ω_p คือ ดัชนีเหล็กเสริมอัดแรง = $\rho_p f_{ps} / f'_c$

ω คือ ดัชนีเหล็กเสริมธรรมดารับแรงดึง = $\rho f_y / f'_c$

ω' คือ ดัชนีเหล็กเสริมธรรมดารับแรงอัด = $\rho' f_y / f'_c$

ρ_p คือ อัตราส่วนของเหล็กเสริมอัดแรง = A_{ps} / bd_p

ρ คือ อัตราส่วนของเหล็กเสริมธรรมดาที่รับแรงดึง = A_s / bd

ρ' คือ อัตราส่วนของเหล็กเสริมธรรมดาที่รับแรงอัด = A'_s / bd

d_p คือ ระยะจากผิวที่เกิดหน่วยแรงอัดมากที่สุด ถึงจุดศูนย์ถ่วงของเหล็กเสริมอัดแรง, ซม.

d คือ ระยะจากผิวที่เกิดหน่วยแรงอัดมากที่สุด ถึงจุดศูนย์ถ่วงของเหล็กเสริมธรรมดาที่รับแรงดึง, ซม.

การกระจายหน่วยการยืดหดตัวและหน่วยแรงที่สถานะประลัย

b คือ ความกว้างของคาน, ซม.

A_{ps} คือ พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมอัดแรง, ซม.^{2}

A_s คือ พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมธรรมดาที่รับแรงดึง, ซม.^{2}

A'_s คือ พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมธรรมดาที่รับแรงอัด, ซม.^{2}

f_{ps} คือ หน่วยแรงดึงในเหล็กเสริมอัดแรงที่สภาวะวิบัติ, กก./ซม.^{2}

f_y คือ กำลังคลากของเหล็กเสริมธรรมดา, กก./ซม.^{2}

$\omega_{pw}, \omega_w, \omega'_w$ คือ ดัชนีเหล็กเสริมสำหรับหน้าตัดคานที่มีปีก เช่น รูปตัว T และ I คำนวณเช่นเดียวกับ ω_p, ω และ ω' ตามลำดับ แต่ความกว้าง b ที่ใช้เป็นความกว้างของตัวแกนและปริมาณเหล็กเสริมต้องเป็นส่วนที่ทำให้เกิดหน่วยแรงอัดในตัวแกนเท่านั้น

การกระจายหน่วยการยืดหดตัวและหน่วยแรงที่สถานะประลัย

สำหรับค่า f_{ps} คือหน่วยแรงดึงในเหล็กเสริมอัดแรง ณ สถานะประลัย โดย f_{ps} สามารถคำนวณได้โดยใช้พื้นฐานของความสอดคล้องของหน่วยการยืดหดตัว ในกรณีที่หน่วยแรงดึงประสิทธิผลมีค่าไม่น้อยกว่า $0.5\,f_{pu}$ สามารถใช้ค่า f_{ps} โดยประมาณดังต่อไปนี้

ก) **สำหรับองค์อาคารที่เสริมเหล็กอัดแรงชนิดยึดเหนี่ยว (bonded tendon)**

$$f_{ps} = f_{pu}\left\{1-\frac{r_p}{\beta_1}\left[\rho_p\frac{f_{pu}}{f'_c}+\frac{d}{d_p}(\omega-\omega')\right]\right\} \qquad (4.18)$$

โดยที่ r_p คือ ตัวคูณที่คำนึงถึงระดับกำลังคลากของเหล็กเสริมอัดแรง มีค่าดังนี้

0.40 เมื่อ $0.85 \le f_{py}/f_{pu} < 0.90$

0.28 เมื่อ $f_{py}/f_{pu} \ge 0.90$

f_{pu} คือ หน่วยแรงดึงประลัยในเหล็กเสริมอัดแรง, กก./ซม.^{2}

การกระจายหน่วยการยืดหดตัวและหน่วยแรงที่สถานะประลัย

เมื่อมีเหล็กเสริมธรรมดารับแรงอัดในการคำนวณ f_{ps} ในสมการที่ 4.18 (หมายถึงถ้าการคำนวณสมการที่ 4.18 มีพจน์ของ ω' ร่วมอยู่ด้วย) ค่าต่อไปนี้จะต้องเป็นไปตามสมการที่ 4.19 และ 4.20

$$\left[\rho_p\frac{f_{pu}}{f'_c}+\frac{d}{d_p}(\omega-\omega')\right] \ge 0.17 \qquad (4.19)$$

และ $$d' \le 0.15\,d_p \qquad (4.20)$$

ถ้า $\left[\rho_p\frac{f_{pu}}{f'_c}+\frac{d}{d_p}(\omega-\omega')\right] < 0.17$ การคำนวณหาค่า f_{ps} ในสมการที่ 4.18 ให้แทนค่า ω' ด้วยศูนย์

การกระจายหน่วยการยืดหดตัวและหน่วยแรงที่สถานะประลัย

ข) สำหรับองค์อาคารที่เสริมเหล็กอัดแรงชนิดไม่ยึดเหนี่ยว (unbonded tendon) และมีอัตราส่วนความยาวช่วงต่อความลึกไม่เกิน 35

$$f_{ps} = f_{se} + 700 + \frac{f'_c}{100\rho_p} \qquad (4.21)$$

โดยที่ f_{se} คือ หน่วยแรงดึงประสิทธิผลของเหล็กเสริมอัดแรง, กก./ซม.^{2}

ค่า f_{ps} ในสมการที่ 4.21 จะต้องไม่เกิน f_{py} และไม่เกิน $f_{se} + 4,000$ กก./ซม.^{2}

การกระจายหน่วยการยืดหดตัวและหน่วยแรงที่สถานะประลัย

ค) สำหรับองค์อาคารที่เสริมเหล็กอัดแรงชนิดไม่ยึดเหนี่ยว และมีอัตราส่วนความยาวช่วงต่อความลึกเกินกว่า 35

$$f_{ps} = f_{se} + 700 + \frac{f'_c}{300\rho_p} \qquad (4.22)$$

ค่า f_{ps} ในสมการที่ 4.22 จะต้องไม่เกิน f_{py} และไม่เกิน $f_{se} + 2,000$ กก./ซม.^{2}

มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th

4.5.4 โมเมนต์ดัดประลัย

โมเมนต์ดัดประลัยของคานคอนกรีตอัดแรง หาได้จากโมเมนต์ของแรงคู่ควบ C-T ที่สถานะประลัย ซึ่งที่สถานะประลัยนี้แรงอัดลัพธ์ในคอนกรีต C หาได้จากการกระจายของหน่วยแรงอัดในคอนกรีตเทียบเท่าเป็นรูปสี่เหลี่ยม และแรงดึงในเหล็กเสริมอัดแรง T หาได้จาก $T = A_{ps} f_{ps}$

$$C = 0.85 f'_c ab \qquad (4.23)$$

$$T = A_{ps} f_{ps}$$

เนื่องจากแรงอัดลัพธ์ในคอนกรีต C จะต้องเท่ากับแรงดึงในเหล็กเสริมอัดแรง T ดังนั้น

$$C = T$$

$$0.85 f'_c ab = A_{ps} f_{ps}$$

$$a = \frac{A_{ps} f_{ps}}{0.85 f'_c b} \qquad (4.24)$$

โมเมนต์ดัดประลัยของหน้าตัด หรือบางทีเรียกว่า กำลังระบุของโมเมนต์ (nominal strength) M_n สามารถหาได้จาก

$$M_n = C \cdot z = T \cdot z = C(d_p - \frac{a}{2}) = T(d_p - \frac{a}{2}) \qquad (4.25)$$

มาตรฐานสำหรับอาคารคอนกรีตอัดแรงของ ว.ส.ท. ปี 2537 ได้เสนอตัวคูณลดกำลัง (strength reduction factor) ϕ ซึ่งได้กล่าวไว้แล้วในหัวข้อที่ 1.5 กำลังที่ออกแบบของโมเมนต์ (design strength) ϕM_n จะต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับกำลังที่ต้องการ (required strength) M_u ดังแสดงไว้ในสมการที่ 4.26

$$\phi M_n \geq M_u \qquad (4.26)$$

โดยที่ $\phi = 0.9$

การกระจายหน่วยการยืดหดตัวและหน่วยแรงที่สถานะประลัย

มาตรฐานสำหรับอาคารคอนกรีตอัดแรงของ ว.ส.ท. ปี 2537 ได้กำหนดให้เพิ่มเหล็กเสริมธรรมดา สำหรับคานคอนกรีตอัดแรงชนิดไร้การยึดเหนี่ยวไม่น้อยกว่า ค่าต่อไปนี้

$$A_s = 0.004\,A \qquad (4.27)$$

โดยที่ A_s คือ พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมธรรมดา

A คือ พื้นที่ของหน้าตัด ซึ่งอยู่ระหว่างแกนศูนย์ถ่วงของหน้าตัด ถึงผิวด้านที่เกิดหน่วยแรงดึงเนื่องจากโมเมนต์ดัด

การกระจายหน่วยการยืดหดตัวและหน่วยแรงที่สถานะประลัย

นอกจากนี้มาตรฐานสำหรับอาคารคอนกรีตอัดแรงของ ว.ส.ท. ปี 2537 ได้กำหนดให้กำลังที่ออกแบบของโมเมนต์ ϕM_n ต้องไม่น้อยกว่า 1.2 เท่าของโมเมนต์ที่ทำให้คอนกรีตเริ่มแตกร้าว ทั้งนี้ก็เพื่อป้องกันการวิบัติแบบทันทีทันใดหลังจากเกิดการแตกร้าว เพราะการโก่งตัวขององค์อาคารจะเกิดมากขึ้นหลังจากมีการแตกร้าวเกิดขึ้น โดยปกติต้องออกแบบให้องค์อาคารโก่งตัวให้มากพอเพื่อเป็นสัญญาณเตือนให้รู้ก่อนที่จะเกิดการวิบัติ ดังนั้นโมเมนต์ดัดประลัยควรมีค่ามากกว่าโมเมนต์ที่ทำให้คอนกรีตเริ่มแตกร้าวให้เพียงพอ

$$\phi M_n \geq 1.2\,M_{cr} \qquad (4.28)$$

โดยที่ M_{cr} คำนวณจากการให้โมดูลัสของการแตกหักของคอนกรีต $f_r = 2.0\sqrt{f'_c}$

มหาวิทยาลัยรังสิต http://www.rsu.ac.th

4.6 การโก่งตัว (deflection)

4.6.1 การโก่งตัวที่เกิดขึ้นทันทีทันใดของหน้าตัดที่ไม่แตกร้าว

การคำนวณค่าหาค่าการโก่งตัวของคานคอนกรีตอัดแรงสามารถทำได้โดยพิจารณาคอนกรีตเป็นภาพอิสระ (free body) แล้วพิจารณาค่าการโก่งตัวที่เกิดขึ้นจากแรงต่างๆที่กระทำต่อคอนกรีตซึ่งได้แก่

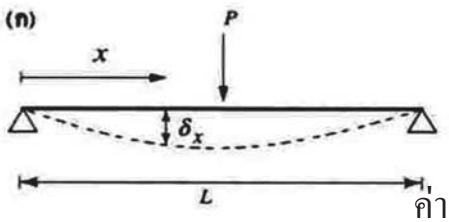
ก) น้ำหนักบรรทุกภายนอก

ข) แรงพยุง

ค) แรงที่ปลายคาน

ค่าการโก่งตัวของคานสำหรับแรงกระทำต่างๆ

สมการการโก่ง

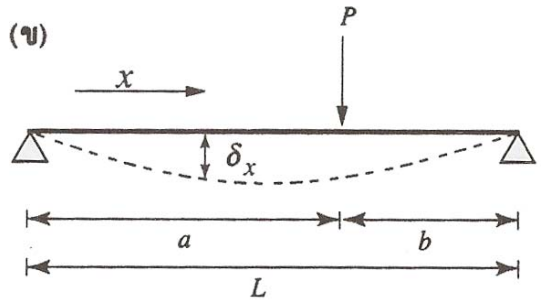


$$\delta_x = \frac{Px}{48EI}(3L^2 - 4x^2)$$

ค่าการโก่งที่กึ่งกลางคาน (x=L/2)

$$\delta_{L/2} = \frac{PL^3}{48EI}$$

ค่าการโก่งตัวของคานสำหรับแรงกระทำต่างๆ



สมการโก่ง

$$o < x < a: \delta_x = \frac{Pbx}{6EIL}(L^2 - b^2 - x^2)$$

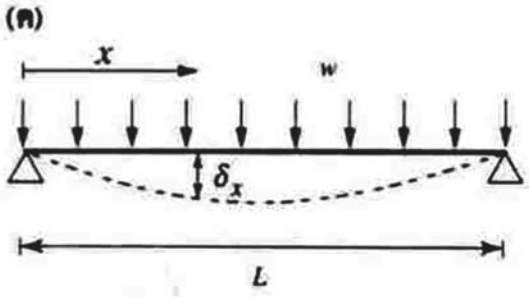
$$o < x < b: \delta_x = \frac{Pb}{6EIL}\left[\frac{L}{b}(x-a)^3 + (L^2 - b^2)x - x^3\right]$$

ค่าการโก่งที่กึ่งกลางคาน (x=L/2)

$$\delta_{L/2} = \frac{Pb}{12EI}\left(\frac{3L^2}{4} - b^2\right) \text{(ถ้า b < a)}$$

$$\delta_{L/2} = \frac{Pb}{12EI}\left(\frac{3L^2}{4} - a^2\right) \text{(ถ้า a < b)}$$

ค่าการโก่งตัวของคานสำหรับแรงกระทำต่างๆ



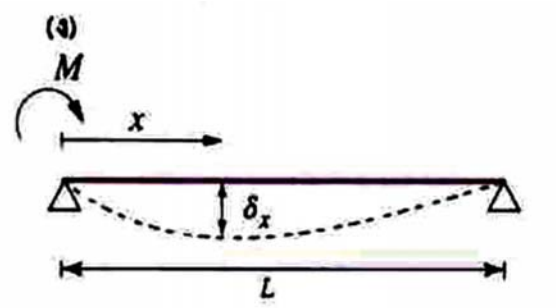
สมการการโก่ง

$$\delta_x = \frac{wx}{24EI}(x^3 - 2Lx^2 + L^3)$$

ค่าการโก่งที่กึ่งกลางคาน (x=L/2)

$$\delta_{L/2} = \frac{5wL^4}{384EI}$$

ค่าการโก่งตัวของคานสำหรับแรงกระทำต่างๆ



สมการการโก่ง

$$\delta_x = \frac{Mx}{6EIL}(x^3 - 3Lx + 2L^2)$$

ค่าการโก่งที่กึ่งกลางคาน (x=L/2)

$$\delta_{L/2} = \frac{ML^2}{16EI}$$

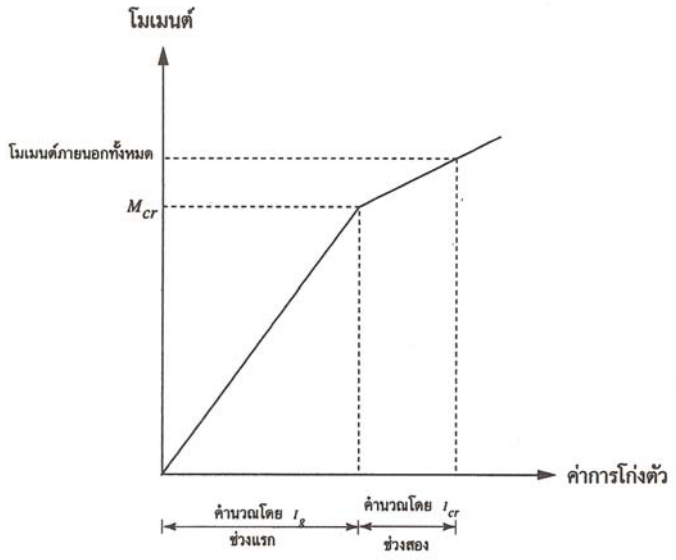
4.6 การโก่งตัว (deflection)

4.6.2 การโก่งตัวที่เกิดขึ้นทันทีทันใดของหน้าตัดที่แตกร้าว

การคำนวณค่าการโก่งตัวของหน้าตัดที่แตกร้าว จะแบ่งการคำนวณเป็น 2 ช่วง ช่วงแรก คือ การคำนวณค่าการโก่งตัวก่อนที่หน้าตัดจะร้าวในช่วงนี้ค่าโมเมนต์อินเนอร์เชียของหน้าตัดทั้งหมด I_g ในการคำนวณช่วงที่สอง คือ การคำนวณค่าการโก่งตัวเพิ่มเติมหลังจาการแตกร้าวเกิดขึ้นเพื่อนำไปรวมกับค่าโก่งตัวที่คำนวณได้จากช่วงแรก

ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์กับค่าโก่งตัว

$$I_{cr} = nA_{ps}d_p^2(1-1.67\sqrt{n\rho_p})$$



4.6 การโก่งตัว (deflection)

ตารางที่ 4.1 ค่าตัวคูณเพื่อคำนวณการโก่งตัวที่เกิดขึ้นในระยะยาว (จาก PCI design handbook)

	ค่าตัวคูณ	
	พื้นไม่หล่อเป็นเนื้อเดียวกับคาน	พื้นหล่อเป็นเนื้อเดียวกับคาน
หลังจากถ่ายแรงไประยะหนึ่งแต่ยังไม่มีน้ำหนักบรรทุกภายนอก		
(1) ส่วนการโก่งตัวลง เนื่องจากน้ำหนักตัวเอง (เอาค่าตัวคูณไปคูณกับการโก่งตัวเนื่องจากน้ำหนักตัวเองขณะถ่ายแรง)	1.85	1.85
(2) ส่วนของการโก่งขึ้น เนื่องจากการอัดแรง (เอาค่าตัวคูณไปคูณกับการโก่งตัวเนื่องจากการอัดแรงขณะถ่ายแรง)	1.80	1.80

4.6 การโก่งตัว (deflection)

	ค่าตัวคูณ	
	พื้นไม่หล่อเป็นเนื้อเดียวกับคาน	พื้นหล่อเป็นเนื้อเดียวกับคาน
หลังจากรับน้ำหนักบรรทุกภายนอก		
(3) ส่วนของการโก่งลง เนื่องจากน้ำหนักตัวเอง (เอาค่าตัวคูณไปคูณกับค่าการโก่งตัวเนื่องจากน้ำหนักตัวเองขณะถ่ายแรง)	2.70	2.40
(4) ส่วนของการโก่งขึ้น เนื่องจากการอัดแรง (เอาค่าตัวคูณไปคูณกับค่าการโก่งตัวเนื่องจากการอัดแรงขณะถ่ายแรง)	2.45	2.20
(5) ส่วนของการโก่งลง เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกคงที่เพิ่มเติม (เอาค่าตัวคูณไปคูณกับค่าการโก่งตัวเนื่องจากน้ำหนักคงที่เพิ่มเติมเท่านั้น)	3.00	3.00
(6) ส่วนของการโก่งลงเนื่องจากพื้นที่หล่อเป็นเนื้อเดียวกับคาน (เอาค่าตัวคูณไปคูณกับค่าการโก่งตัวเนื่องจากพื้นที่หล่อเพิ่มเติมเท่านั้น)	-	2.30